Асимптотически точные оценки сложности некоторых функций в модели клеточных схем

С. А. Ложкин, В. С. Зизов

МГУ имени М.В. Ломоносова факультет ВМК

Модель клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов (**КСФКЭ**) является математической моделью интегральных схем. Она отличается от хорошо изученной модели «обычных» схем из функциональных элементов (СФЭ) наличием требований на геометрию схемы, учитывающих особенности синтеза СБИС. Модель **КСФКЭ** впервые была предложена С.С. Кравцовым (1967), который для конкретного базиса КСФКЭ для $n = 1, 2, \ldots$ установил порядок роста вида 2^n функции Шеннона $A(n)$, характеризующей сложность (площадь) самой «сложной» функции алгебры логики (ФАЛ) от n переменных, $n = 1, 2, \ldots$. Позднее А. Альбрехтом (1975) было доказано, что функция Шеннона $A(n)$ при $n = 1, 2, \ldots$ асимптотически равна $\sigma 2^n$, где σ - константа, точное значение которой в настоящее время неизвестно. Из мощностных соображений следует, что константа σ для исследуемого базиса находится в сегменте $[\frac{1}{4}, \frac{9}{2}]$. Заметим, что в работе Грибка С.В. (1999) был предложен специальный базис **КСФКЭ**, для которого константа, аналогичная константе σ, равна 1, а для рассматриваемого в настоящей работе базиса соответствующая константа находится в сегменте $[0.182, 1]$.

В рамках модели клеточных схем были получены также точные по порядку роста оценки сложности для некоторых специальных функций и систем функций. Так, Н.А. Шкаликова установила (1989) порядок роста вида $n2^n$ для сложности дешифратора, то есть системы из всех 2^n элементарных конъюнкций ранга n от n переменных и для системы всех симметрических функций, а также порядок роста $n2^{2^n}$ для сложности универсального многополюсника порядка n. В работе Ю. Хромковича, С.А. Ложкина и др. (1992) получены нижняя и верхняя оценки для площади одной конкретной булевой функции от n переменных, с порядком роста n^2.

В работах Ложкина С.А. и Зизова В.С. (2020-2022) были впервые получены асимптотически точные оценки вида $n2^{n-1}$ для площади дешифратора порядка n и стандартной мультиплексорной ФАЛ порядка n. Более того, для дешифратора порядка n верхние и нижние оценки его площади имеют вид $n2^{n-1}\left(1 \pm O\left(\frac{1}{n}\right)\right)$, то есть их можно считать оценками высокой степени точности.

В настоящем докладе планируется изложить основные приемы и методы получения указанных результатов.