

## Список вопросов к экзамену и зачёту по курсу «Функциональные системы»

### Замкнутые классы булевых функций

1. Лемма о нелинейной функции (с подстановкой функций  $0, x, y$ ). Теорема о разложении монотонной функции по переменной. Базисы классов  $L, M, M_0, M_1, M_{01}, T_0, T_1, T_{01}$ .
2. Классы  $U, D, K$ . Перечисление (с указанием базисов) всех замкнутых классов, лежащих в классах  $U, D, K$ .
3. Замкнутые классы линейных функций. Перечисление (с указанием базисов) всех замкнутых классов из  $L$ , не лежащих в  $U$ .
4. Лемма о самодвойственной нелинейной функции.
5. Лемма о базисах классов  $S, S_{01}, SM$ .
6. Теорема о перечислении всех замкнутых классов самодвойственных функций, содержащих нелинейные функции.
7. Классы вида  $O^\infty$  и  $I^\infty$ . Лемма о функции из множества  $O^\infty \setminus D$ . Следствие из леммы.
8. Лемма о базисах классов  $O^\infty, O_0^\infty, MO^\infty, MO_0^\infty$ , а также классов  $I^\infty, I_1^\infty, MI^\infty, MI_1^\infty$ .
9. Теорема о перечислении всех замкнутых классов из  $O^\infty$ , не лежащих в классе  $D$ , а также замкнутых классов из  $I^\infty$ , не лежащих в классе  $K$ .
10. Классы вида  $O^m$  и  $I^m$ , образуемые ими цепочки. Мажоритарные функции  $d_m$  и  $d_m^*$ . Значение  $z(f)$ .
11. Лемма о порождении мажоритарной функции  $d_m$  функциями  $x \vee y, f$ , где  $f \notin O^\infty$  и  $f \neq 0$ .
12. Лемма о порождении  $f \in T_1 \setminus O^\infty$  системами функций  $\{x \vee \bar{y}, d_{z(f)}\}, \{x \vee y\bar{z}, d_{z(f)}\}, \{x \vee yz, d_{z(f)}\}$ .
13. Базисы классов  $O^m, O_0^m, MO^m, MO_0^m$ , а также классов  $I^m, I_1^m, MI^m, MI_1^m$ . Лемма о несамодвойственной и нелинейной функциях из класса  $T_1$ .
14. Замкнутые классы из  $T_1$ , не лежащие в классах  $S, L, O^\infty, I^\infty, K$ . Замкнутые классы из  $T_0$ , не лежащие в классах  $S, L, O^\infty, I^\infty, D$ .
15. Замкнутые классы из  $M$ , не лежащие в классах  $T_0, T_1, D, K$ . Перечисление всех замкнутых классов булевых функций.

### Полнота и базисы в $k$ -значной логике

16. Представление функций из  $P_k$  в первой и второй формах. Примеры полных систем в  $P_k$ . Функция Вебба и порождение с её помощью всех функций из  $P_k$ .
17. Алгоритм Яблонского распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ .
18. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.
19. Лемма о трёх наборах, следствие из леммы. Лемма о квадрате.
20. Критерий Яблонского. Общая схема и первая часть доказательства: построение функций, принимающих значения  $0, 1$ .
21. Критерий Яблонского. Общая схема и вторая часть доказательства: построение функций, принимающих любое число значений.
22. Теорема Янова о существовании замкнутого класса, не имеющего базиса.
23. Теорема Мучника о существовании замкнутого класса со счётным базисом. Число замкнутых классов  $k$ -значной логики.

### Предполные классы в $k$ -значной логике

24. Предикаты на множестве  $E_k$ . Отношение сохранения предиката функцией. Функтор  $\text{Pol}$  и его свойство.
25. Предикаты типов **P** и **O**. Классы самосопряжённых и монотонных функций (без доказательств).
26. Предикаты типов **L** и **E**. Классы квазилинейных функций и классы функций, сохраняющих разбиение (без доказательств).
27. Предикаты типов **C** и **B**. Классы функций, сохраняющих множества (без доказательств); класс Слупецкого и его отношение к типу **B**.

## **Информация об экзамене по курсу «Функциональные системы» (1-й курс ДСА)**

Экзамен проводится устно. Студент получает **билет** с одним **теоретическим вопросом** (определения, формулировки, доказательства) и темой **задачи**, обычно из разных разделов курса. Ответ на теоретический вопрос заслушивается почти без подготовки (до 5–10 минут на усмотрение экзаменатора). На решение задачи даётся до 15 минут. После решения задачи проводится **опрос по курсу** (определения, формулировки, простые задачи).

### **Обратите внимание!**

- На экзамене допускается использование распечатки диаграммы Поста (из материалов курса).
- Использование каких-либо других материалов во время экзамена не допускается.

## **Информация о зачёте по курсу «Функциональные системы» (2-й курс ДУС)**

Зачёт проводится устно. Студент получает **билет** с одним **теоретическим вопросом** (определения, формулировки, доказательства). Ответ на теоретический вопрос заслушивается почти без подготовки (до 5–10 минут на усмотрение экзаменатора). После ответа на билет проводится **опрос по курсу** (определения, формулировки, простые задачи).

### **Обратите внимание!**

- На зачёте допускается использование распечатки диаграммы Поста (из материалов курса).
- Использование каких-либо других материалов во время зачёта не допускается.