

# Основы математической логики и логического программирования

ЛЕКТОР: В.А. Захаров

## Лекция 10.

Полнота резолютивного вывода.  
Применение метода резолюций.

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Теорема о полноте резолютивного вывода

Если  $S$  — противоречивая система дизъюнктов, то из  $S$  резолютивно выводим пустой дизъюнкт  $\square$ .

### Доказательство.

Если  $S$  — противоречивая система дизъюнктов, то согласно [теореме Эрбрана](#) существует конечная противоречивая система  $S'$  **основных** примеров дизъюнктов из  $S$ . Поэтому мы

1. Вначале покажем, что из противоречивой системы основных примеров дизъюнктов  $S'$  можно резолютивно вывести пустой дизъюнкт  $\square$ .
2. А затем на основе этого вывода построим резолютивный вывод пустого дизъюнкта из самой системы  $S$ .

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Лемма об основных примерах дизъюнктов

Если  $S'$  — конечная противоречивая система основных примеров дизъюнктов, то из  $S'$  резольтивно выводим пустой дизъюнкт  $\square$ .

## Доказательство леммы.

Индукцией по числу  $N$  различных основных атомов в системе дизъюнктов  $S'$ .

**Базис ( $N = 0$ ).** Система  $S'$  противоречива. Значит,  $S' \neq \emptyset$ .

Но в  $S'$  нет ни одного атома. Значит, в  $S'$  содержится только пустой дизъюнкт  $\square$ . И он резольтивно выводим из  $S'$ .

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы.

Индуктивный переход ( $N + 1 \rightarrow N$ ). Рассмотрим произвольный основной атом  $A_0$ , входящий в состав дизъюнктов из  $S'$ , и разобьем систему  $S'$  на три части:

1.  $S'_1 = \{D : D \in S', D = \widehat{D}_1 \vee A_0\}$ ;
2.  $S'_2 = \{D : D \in S', D = \widehat{D}_2 \vee \neg A_0\}$ .
3.  $S'_3 = \{D : D \in S', A_0 \notin D, \neg A_0 \notin D\}$ ;

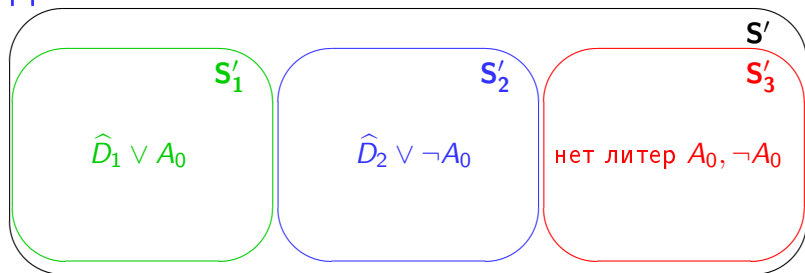
Построим все резольвенты по контрарной паре  $A_0, \neg A_0$

$$S'_0 = \{\widehat{D}_1 \vee \widehat{D}_2 : D_1 = \widehat{D}_1 \vee A_0 \in S'_1, D_2 = \widehat{D}_2 \vee \neg A_0 \in S'_2\}$$

и покажем, что множество дизъюнктов  $S'' = S'_0 \cup S'_3$  противоречиво.

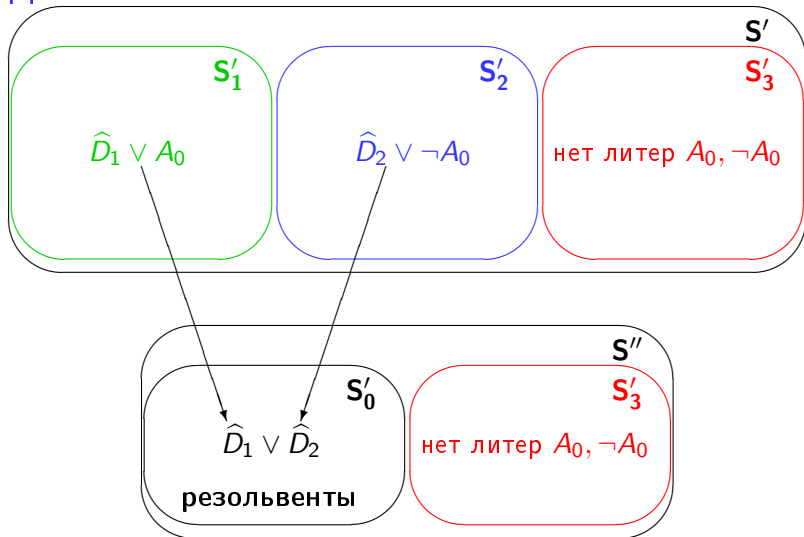
# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы.

Рассмотрим произвольную интерпретацию  $I$ .

Для определенности будем полагать, что  $I \models A_0$   
(если  $I \models \neg A_0$ , то рассуждения будут аналогичны).

Покажем, что  $I \not\models S''$ .

Т. к.  $S'$  противоречивая система, верно  $I \not\models S'_1 \cup S'_2 \cup S'_3$ .

Т. к.  $I \models A_0$  и  $S'_1 = \{D : D \in S', D = \widehat{D} \vee A_0\}$ , верно  $I \models S'_1$ .

Значит,  $I \not\models S'_2 \cup S'_3$ .

**Возможны два варианта.**

**Вариант 1.**  $I \not\models S'_3$ .



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы.

Рассмотрим произвольную интерпретацию  $I$ .

Для определенности будем полагать, что  $I \models A_0$   
(если  $I \models \neg A_0$ , то рассуждения будут аналогичны).

Покажем, что  $I \not\models S''$ .

Т. к.  $S'$  противоречивая система, верно  $I \not\models S'_1 \cup S'_2 \cup S'_3$ .

Т. к.  $I \models A_0$  и  $S'_1 = \{D : D \in S', D = \widehat{D} \vee A_0\}$ , верно  $I \models S'_1$ .

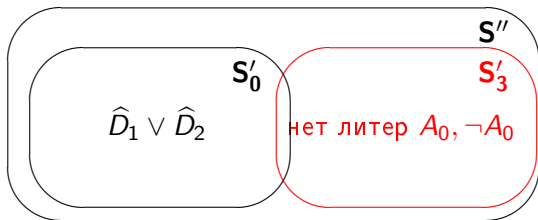
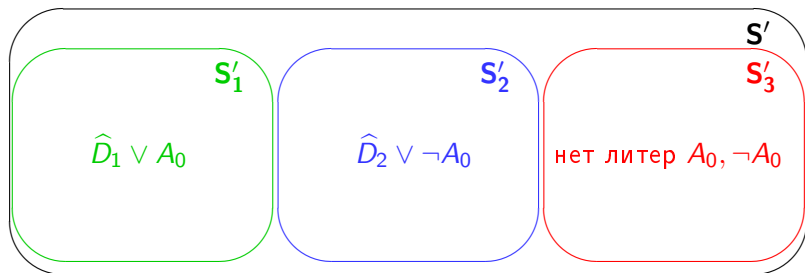
Значит,  $I \not\models S'_2 \cup S'_3$ .

**Возможны два варианта.**

**Вариант 1.**  $I \not\models S'_3$ . Тогда  $I \not\models S''$ , что и требовалось.

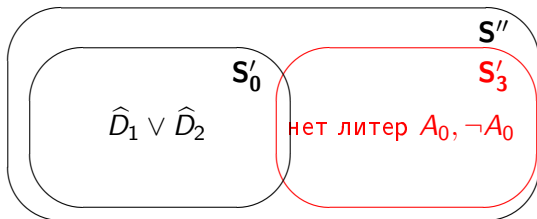
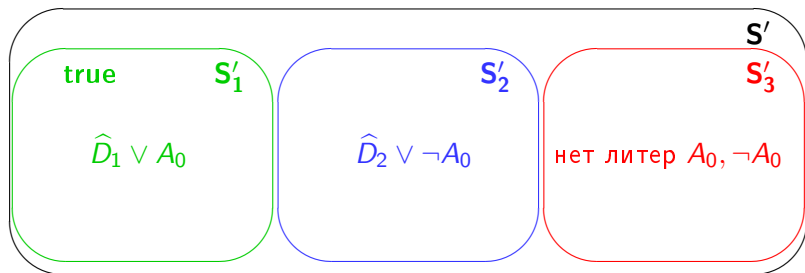
# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$$I \models A_0$$



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

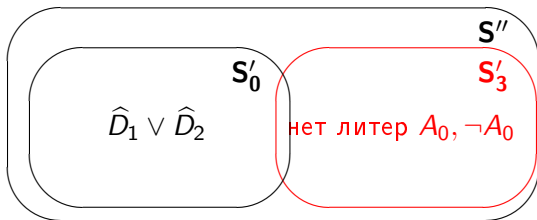
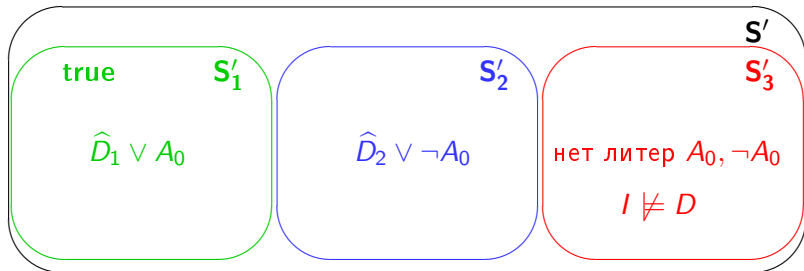
$$I \models A_0$$



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I \models A_0$

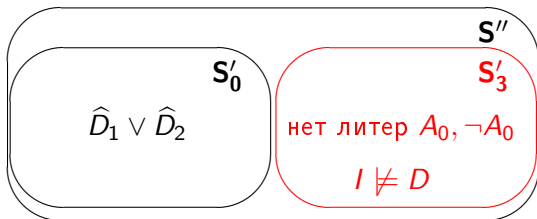
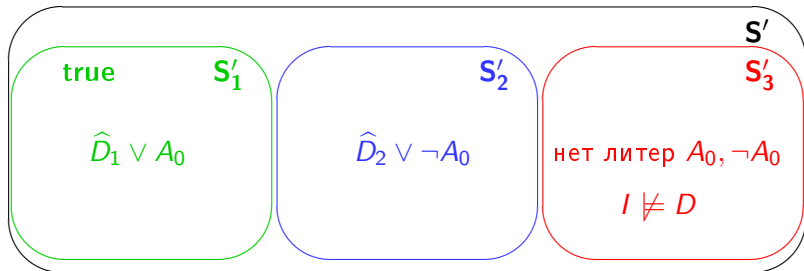
Вариант 1.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I \models A_0$

Вариант 1.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.

Вариант 2.  $I \not\models S'_2$ .

Значит, существует такой дизъюнкт  $\widehat{D}_2 \vee \neg A_0 \in S'_2$ , что  $I \not\models \widehat{D}_2 \vee \neg A_0$ . Следовательно,  $I \not\models \widehat{D}_2$  (почему?).

Рассмотрим теперь интерпретацию  $I'$ , которая отличается от  $I$  только тем, что  $I' \not\models A_0$ .

Т. к.  $I' \not\models S'_1 \cup S'_2 \cup S'_3$  (ведь  $S'$  противоречивая),  
 $I' \models S'_2$  (ведь  $S'_2 = \{D : D \in S', D = \widehat{D} \vee \neg A_0\}$  и  $I' \models \neg A_0$ ),  
 $I' \models S'_3$  (а иначе мы бы имели вариант 1, ведь  $A_0 \notin S'_3$ ),

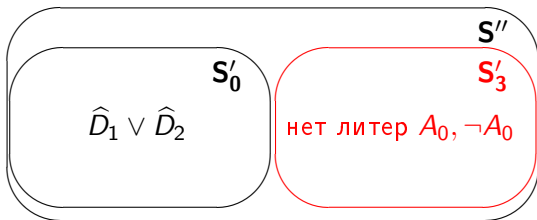
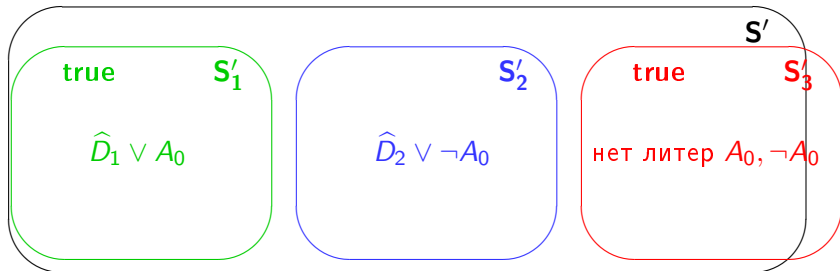
верно  $I' \not\models S'_1$ .

Значит, существует такой дизъюнкт  $\widehat{D}_1 \vee A_0 \in S'_1$ , что  $I' \not\models \widehat{D}_1 \vee A_0$ . Следовательно,  $I' \not\models \widehat{D}_1$ . А поскольку  $A_0 \notin \widehat{D}_1$ , а  $I'$  отличается от  $I$  только оценкой атома  $A_0$ , верно  $I \not\models \widehat{D}_1$ .

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I \models A_0$

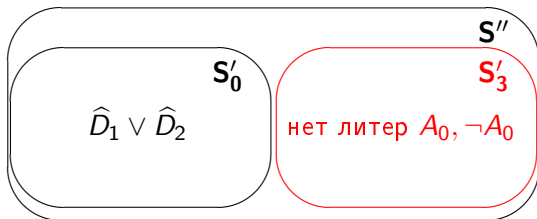
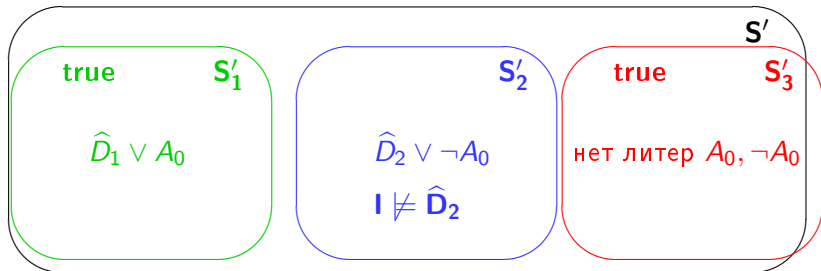
Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I \models A_0$

Вариант 2.

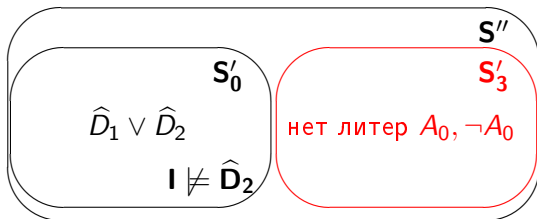
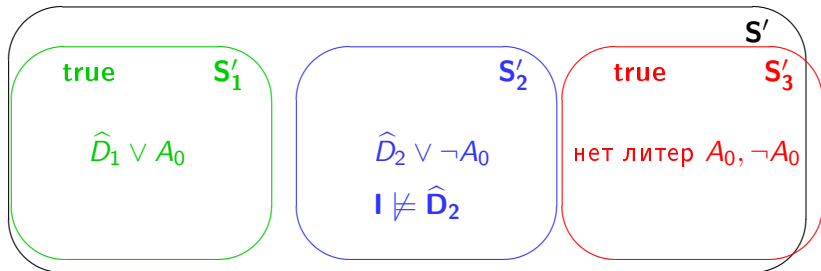




# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I \models A_0$

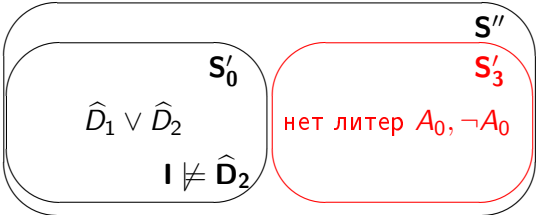
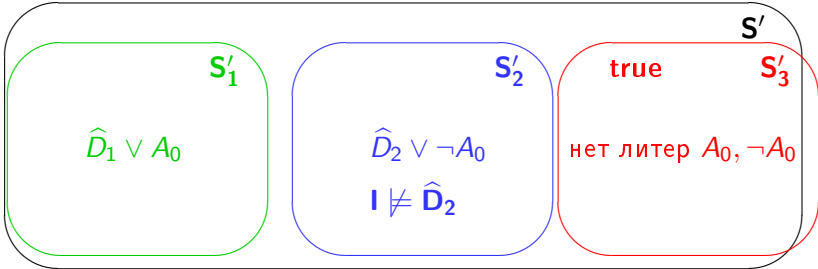
Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I' \not\models A_0$

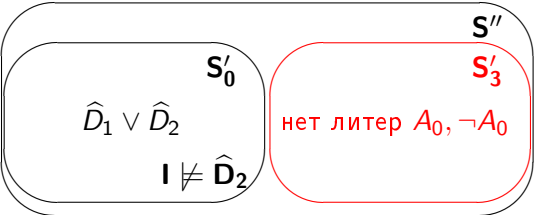
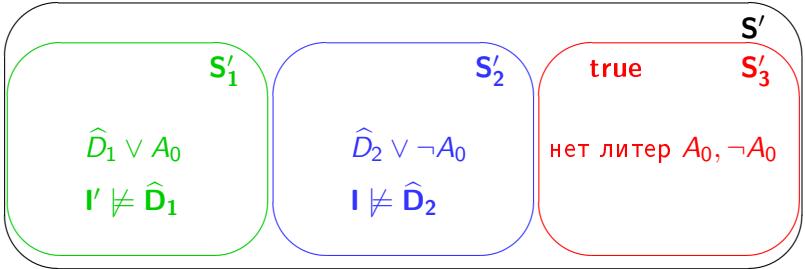
Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I' \not\models A_0$

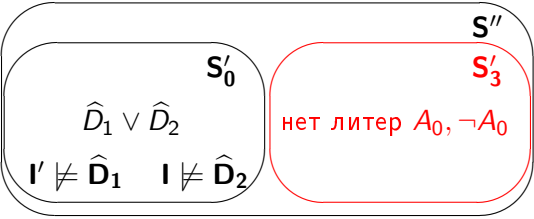
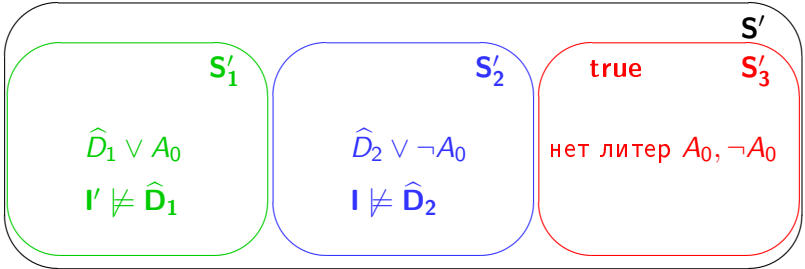
Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I' \not\models A_0$

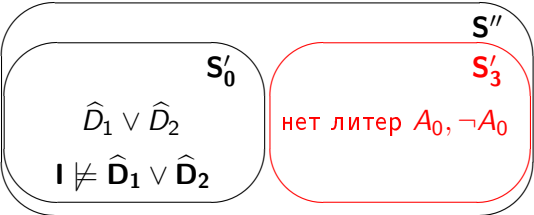
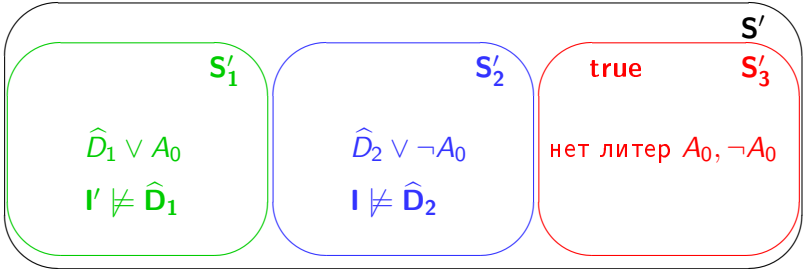
Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

$I' \not\models A_0$

Вариант 2.



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.

Вариант 2.

Т.к.  $I \not\models \hat{D}_1$  и  $I \not\models \hat{D}_2$ , верно  $I \not\models \hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$ .

Остается заметить, что  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$  — это резольвента дизъюнктов  $\hat{D}_2 \vee \neg A_0 \in S'_2$  и  $\hat{D}_1 \vee A_0 \in S'_1$ , и поэтому  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2 \in S'_0$

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.

Вариант 2.

Т.к.  $I \not\models \hat{D}_1$  и  $I \not\models \hat{D}_2$ , верно  $I \not\models \hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$ .

Остается заметить, что  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$  — это резольвента дизъюнктов  $\hat{D}_2 \vee \neg A_0 \in S'_2$  и  $\hat{D}_1 \vee A_0 \in S'_1$ , и поэтому  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2 \in S'_0$

Следовательно,  $I \not\models S'_0$ . Тогда  $I \not\models S''$ , что и требовалось.

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы.

Вариант 2.

Т.к.  $I \not\models \hat{D}_1$  и  $I \not\models \hat{D}_2$ , верно  $I \not\models \hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$ .

Остается заметить, что  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2$  — это резольвента дизъюнктов  $\hat{D}_2 \vee \neg A_0 \in S'_2$  и  $\hat{D}_1 \vee A_0 \in S'_1$ , и поэтому  $\hat{D}_1 \vee \hat{D}_2 \in S'_0$

Следовательно,  $I \not\models S'_0$ . Тогда  $I \not\models S''$ , что и требовалось.

Итак, в обоих случаях  $I \not\models S''$ . Т. к.  $I$  — произвольная интерпретация, приходим к заключению о том, что система дизъюнктов  $S'' = S'_0 \cup S'_3$

- ▶ противоречивая,
- ▶ получена из  $S'$  при помощи правила резолюции,
- ▶ не содержит атома  $A_0$ .

Индуктивный переход завершен, и лемма доказана. □



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Лемма о подъеме

Пусть  $D_1$  и  $D_1$  — два дизъюнкта, и при этом  $Var_{D_1} \cap Var_{D_2} = \emptyset$ .

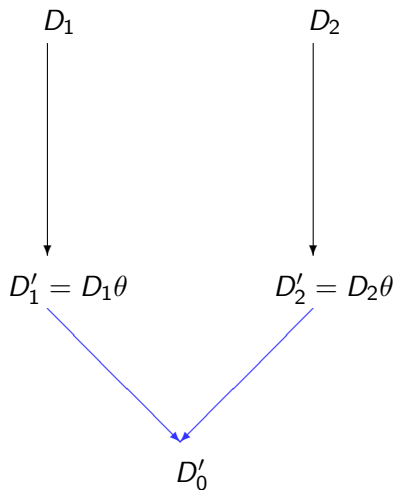
Пусть  $D'_1 = D_1\theta$  и  $D'_2 = D_2\theta$  — два основных примера этих дизъюнктов  $D_1$  и  $D_1$ .

Пусть  $D'_0$  — резольвента дизъюнктов  $D'_1$  и  $D'_2$ .

Тогда из дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$  резольтивно выводим дизъюнкт  $D_0$ , основным примером которой является дизъюнкт  $D'_0$ .

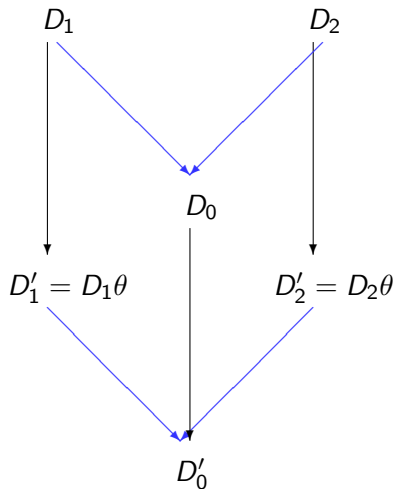
# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Лемма о подъеме



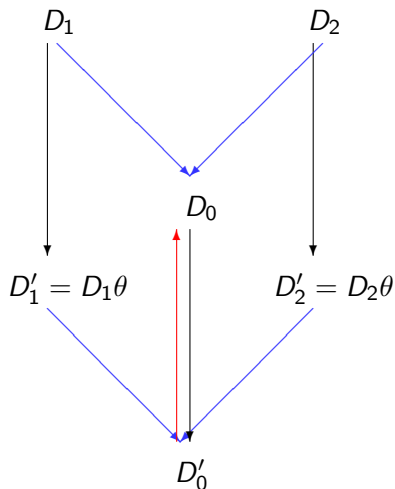
# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Лемма о подъеме



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Лемма о подъеме



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме

Пусть  $L'_0, \neg L'_0$  — это контрарная пара литер, по которой была построена резольвента  $D'_0$  дизъюнктов  $D'_1$  и  $D'_2$ .

$$D'_1 = \widehat{D}'_1 \vee L'_0,$$

$$D'_2 = \widehat{D}'_2 \vee \neg L'_0,$$

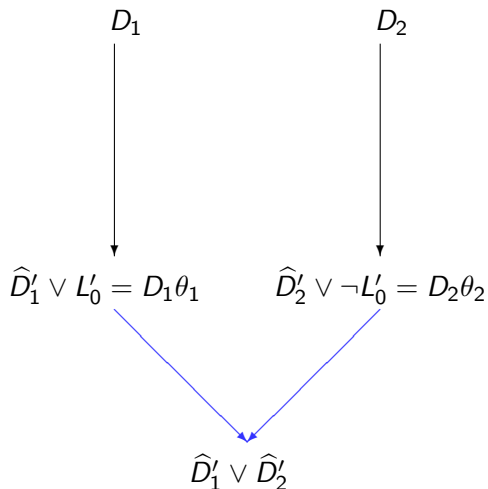
$$D'_0 = \widehat{D}'_1 \vee \widehat{D}'_2.$$

Поскольку  $Var_{D_1} \cap Var_{D_2} = \emptyset$ , подстановку  $\theta$  можно разделить на две половины  $\theta_1, \theta_2$  так, что

$$\theta = \theta_1 \cup \theta_2, \quad Dom_{\theta_1} \subseteq Var_{D_1}, \quad Dom_{\theta_2} \subseteq Var_{D_2}.$$

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

Доказательство леммы о подъеме



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме

Поскольку  $D'_1 = D_1\theta_1$ , литера  $L'_0$  является основным примером некоторых литер  $L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1k_1}$ , входящих в состав дизъюнкта  $D_1$ , т.е.

$$L'_0 = L_{11}\theta = L_{11}\theta_1 = \dots = L_{1k_1}\theta_1.$$

Аналогично, литера  $\neg L'_0$  является основным примером некоторых литер  $\neg L_{21}, \neg L_{22}, \dots, \neg L_{2k_2}$ , входящих в состав дизъюнкта  $D_2$ , т. е.

$$\neg L'_0 = \neg L_{21}\theta_2 = \neg L_{22}\theta_2 = \dots = \neg L_{2k_2}\theta_2.$$

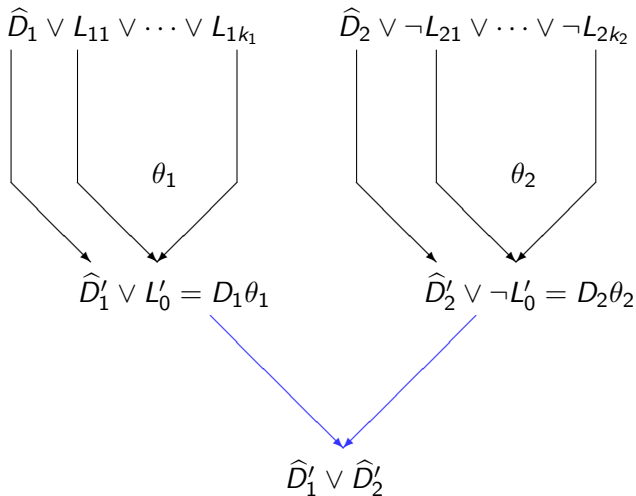
Значит,

$$D_1 = \widehat{D}_1 \vee L_{11} \vee L_{12} \vee \dots \vee L_{1k_1}$$

$$D_2 = \widehat{D}_2 \vee \neg L_{21} \vee \neg L_{22} \vee \dots \vee \neg L_{2k_2}$$

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме





# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме

Так как  $L'_0 = L_{11}\theta = L_{12}\theta_1 = \dots = L_{1k_1}\theta_1$ , литеры  $L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1k_1}$  унифицируемы. Значит, они имеют НОУ  $\eta_1$ , т. е.

$$\eta_1 \in \text{НОУ}(L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1k_1}), \quad \theta_1 = \eta_1\rho_1.$$

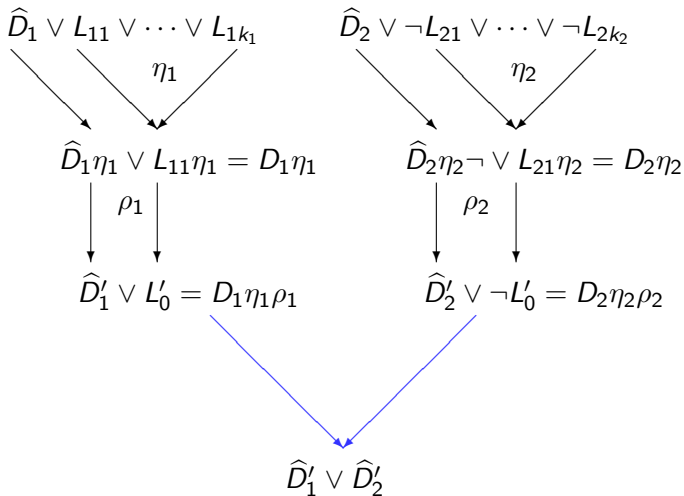
Значит  $D_1\eta_1$  — склейка дизъюнкта  $D_1$  по литерам  $L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1k_1}$ , и при этом  $D'_1 = D_1\theta_1 = (D_1\eta_1)\rho_1$  — основной пример склейки  $D_1\eta_2$ .

Аналогично, литеры  $\neg L_{21}, \neg L_{22}, \dots, \neg L_{2k_2}$  имеют НОУ  $\eta_2$ .

Тогда  $D_2\eta_2$  — склейка дизъюнкта  $D_2$  по литерам  $\neg L_{21}, \neg L_{22}, \dots, \neg L_{2k_2}$ , и при этом  $D'_2 = D_2\theta_2 = (D_2\eta_2)\rho_2$  — основной пример склейки  $D_2\eta_2$ .

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме

Согласно нашей привычке переименовывать переменные, дизъюнкты-склейки  $D_1\eta_1$  и  $D_2\eta_2$  содержат разные наборы переменных. Поэтому  $Dom_{\rho_1} \cap Dom_{\rho_2} = \emptyset$ , и существует подстановка  $\rho = \rho_1 \cup \rho_2$ :

$$(L_{11}\eta_1)\rho = (L_{11}\eta_1)\rho_1, \quad (L_{21}\eta_2)\rho = (L_{21}\eta_2)\rho_2$$

Так как  $L'_0 = L_{11}\eta_1\rho_1$  и  $\neg L'_0 = \neg L_{21}\eta_2\rho_2$ , верно

$(L_{11}\eta_1)\rho = (L_{21}\eta_2)\rho$ , т. е. литеры  $L_{11}\eta_1$  и  $L_{21}\eta_2$  унифицируемы. Значит, они имеют НОУ  $\lambda$ , т. е.

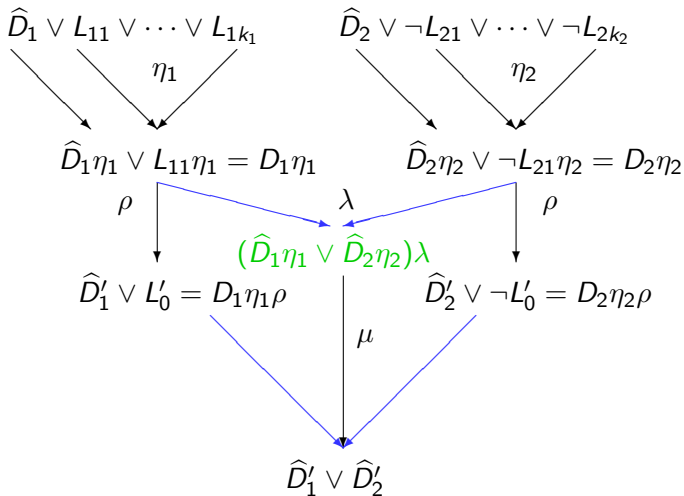
$$\lambda \in \text{НОУ}(L_{11}\eta_1, L_{21}\eta_2), \quad \rho = \lambda\mu.$$

Поэтому дизъюнкты-склейки  $D_1\eta_1 = \widehat{D}_1\eta_1 \vee L_{11}\eta_1$  и  $D_2\eta_2 = \widehat{D}_2\eta_2 \vee \neg L_{21}\eta_2$  имеют резольвенту  $D_0 = (\widehat{D}_1\eta_1 \vee \widehat{D}_2\eta_2)\lambda$ , и при этом

$$D'_0 = \widehat{D}'_1 \vee \widehat{D}'_2 = \widehat{D}_1\eta_1\rho \vee \widehat{D}_2\eta_2\rho = (\widehat{D}_1\eta_1 \vee \widehat{D}_2\eta_2)\lambda\mu = D_0\mu.$$

# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме



# ПОЛНОТА РЕЗОЛЮТИВНОГО ВЫВОДА

## Доказательство леммы о подъеме

Таким образом, из дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$  резольютивно выводим дизъюнкт  $D_0$ , основным примером которого являются  $D'_0$ .

Что и требовалось доказать в лемме о подъеме. □

## Завершение доказательства теоремы полноты.

Мы показали, что

1. Противоречивая система дизъюнктов  $S$  имеет конечную противоречивую систему  $S'$  **основных** примеров (теорема Эрбрана ).
2. Из противоречивой системы основных примеров дизъюнктов  $S'$  можно резольютивно вывести пустой дизъюнкт  $\square$  (лемма об основных примерах ).
3. Если  $\square$  резольютивно выводим из системы основных примеров дизъюнктов  $S'$ , то  $\square$  резольютивно выводим из исходной системы дизъюнктов  $S$  (лемма о подъеме ). □

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Метод резолюций

- ▶ корректен,
- ▶ полон,
- ▶ алгоритмизуем.

Но как пользоваться им для решения  
**практических** задач?

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Вот подходящая логическая задача

Известно, что

- ▶ Даша любит Сашу,
- ▶ а Саша любит пиво,
- ▶ а Паша любит пиво и всех тех, кто любит то, что любит Паша.

Вопрос: кто любит Дашу?

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

Вначале сформулируем задачу на языке логики предикатов.

Сформируем алфавит, состоящий из:

- ▶ Константы *Даша* ,
- ▶ Константы *Саша* ,
- ▶ Константы *Паша* ,
- ▶ Константы *пиво* ,
- ▶ Предикатного символа  $L^{(2)}$  : « $L(x, y)$  —  $x$  любит  $y$ ».



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

Далее запишем условия задачи на языке логики предикатов.

- ▶ Даша любит Сашу:  $\varphi_1 : L(\text{Даша}, \text{Саша}),$
- ▶ а Саша любит пиво:  $\varphi_2 : L(\text{Саша}, \text{пиво}),$
- ▶ а Паша любит пиво и всех тех, кто любит то, что любит Паша:  $\varphi_3 \ \& \ \varphi_4,$   
 $\varphi_3 : L(\text{Паша}, \text{пиво})$   
 $\varphi_4 : \forall x (\exists y (L(\text{Паша}, y) \ \& \ L(x, y)) \rightarrow L(\text{Паша}, x)).$

Кто любит Дашу? :  $\varphi_0 : \exists z L(z, \text{Даша}).$

## Формулировка задачи.

Проверить, верно ли, что  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models \varphi_0.$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

1. Сводим проблему логического следования

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models \varphi_0$$

к проблеме общезначимости

$$\models \varphi_1 \& \varphi_2 \& \varphi_3 \& \varphi_4 \rightarrow \varphi_0.$$

2. Сводим проблему общезначимости к проблеме противоречивости

$$\psi_1 = \neg (\varphi_1 \& \varphi_2 \& \varphi_3 \& \varphi_4 \rightarrow \varphi_0)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

3. Строим предваренную нормальную форму ПНФ

$$\psi_2 = \forall x \forall y \forall z \left( L(\text{Саша}, \text{пиво}) \& \right. \\ L(\text{Саша}, \text{пиво}) \& \\ L(\text{Паша}, \text{пиво}) \& \\ (\neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\text{Паша}, x)) \& \\ \left. \neg L(z, \text{Даша}) \right).$$

4. Строим сколемовскую стандартную форму — она совпадает с ПНФ.

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

5. Строим систему дизъюнктов  $S$

$$S = \{ D_1 = L(\text{Саша, пиво}), \\ D_2 = L(\text{Саша, пиво}), \\ D_3 = L(\text{Паша, пиво}), \\ D_4 = \neg L(\text{Паша, } y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\text{Паша, } x), \\ D_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \}.$$

6. А теперь будем строить резолютивный вывод.

Будем руководствоваться такой стратегией:

- ▶ Начнем с дизъюнкта-запроса  $D_0$ ;
- ▶ На каждом шаге вывода будем использовать последнюю из построенных резольвент (линейный вывод).

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша})$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Паша}, x_1/\text{Даша}\}$$

$$D'_1 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(\text{Даша}, y_1)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Даша}, x_1/\text{Даша}\}$$

$$D'_1 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(\text{Даша}, y_1) \quad D_1 = L(\text{Даша}, \text{Саша})$$



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

### 6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Даша}, x_1/\text{Даша}\}$$

$$D'_1 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(\text{Даша}, y_1) \quad D_1 = L(\text{Даша}, \text{Саша})$$

$$\theta_2 = \{y_1/\text{Саша}\}$$

$$D'_2 = \neg L(\text{Паша}, \text{Саша})$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

### 6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Даша}, x_1/\text{Даша}\}$$

$$D'_1 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(\text{Даша}, y_1) \quad D_1 = L(\text{Даша}, \text{Саша})$$

$$\theta_2 = \{y_1/\text{Саша}\}$$

$$D'_2 = \neg L(\text{Паша}, \text{Саша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(x_2, y_2) \vee L(\text{Паша}, x_2)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, Даша) \quad D_4 = \neg L(Паша, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(Паша, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/Даша, x_1/Даша\}$$

$$D'_1 = \neg L(Паша, y_1) \vee \neg L(Даша, y_1) \quad D_1 = L(Даша, Саша)$$

$$\theta_2 = \{y_1/Саша\}$$

$$D'_2 = \neg L(Паша, Саша) \quad D_4 = \neg L(Паша, y_2) \vee \neg L(x_2, y_2) \vee L(Паша, x_2)$$

$$\theta_3 = \{x_2/Саша\}$$

$$D'_3 = \neg L(Паша, y_2) \vee \neg L(Саша, y_2)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

### 6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_0 = \neg L(z, \text{Даша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(x_1, y_1) \vee L(\text{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Даша}, x_1/\text{Даша}\}$$

$$D'_1 = \neg L(\text{Паша}, y_1) \vee \neg L(\text{Даша}, y_1) \quad D_1 = L(\text{Даша}, \text{Саша})$$

$$\theta_2 = \{y_1/\text{Саша}\}$$

$$D'_2 = \neg L(\text{Паша}, \text{Саша}) \quad D_4 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(x_2, y_2) \vee L(\text{Паша}, x_2)$$

$$\theta_3 = \{x_2/\text{Саша}\}$$

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Решение задачи.

б. Линейный резолютивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2)$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2) \quad D_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2) \quad D_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$$

$$\theta_4 = \{y_2/\text{пиво}\}$$

$$D'_4 = \neg L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резольтивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2) \quad D_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$$

$$\theta_4 = \{y_2/\text{пиво}\}$$

$$D'_4 = \neg L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

$$D_3 = L(\text{Паша}, \text{пиво})$$



# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2) \quad D_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$$

$$\theta_4 = \{y_2/\text{пиво}\}$$

$$D'_4 = \neg L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

$$D_3 = L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

$$\theta_2 = \varepsilon$$

$$D'_5 = \square$$

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

6. Линейный резолютивный вывод

$$D'_3 = \neg L(\text{Паша}, y_2) \vee \neg L(\text{Саша}, y_2) \quad D_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$$

$$\theta_4 = \{y_2/\text{пиво}\}$$

$$D'_4 = \neg L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

$$D_3 = L(\text{Паша}, \text{пиво})$$

$$\theta_5 = \varepsilon$$

$$D'_5 = \square$$

**Успешный резолютивный  
вывод завершен!**

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

Итак, система дизъюнктов  $S$  противоречива.

Значит,

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models \varphi_0.$$

В рамках нашей задачи это означает, что верно утверждение:  
«Кто-то любит Дашу».

Но кто же это таинственное существо, любящее Дашу?

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИЙ

## Решение задачи.

Чтобы ответить и на этот вопрос, возьмем все подстановки-унификаторы, которые мы вычислили по ходу вывода, и посмотрим, какое действие они окажут на **целевую переменную**  $z$  в дизъюнкте-запросе

$$D_0 = \neg L(z, \text{Даша}).$$

$$\theta_1 = \{z/\text{Паша}, x_1/\text{Даша}\},$$

$$\theta_2 = \{y_1/\text{Саша}\}$$

$$\theta_3 = \{x_2/\text{Саша}\}$$

$$\theta_4 = \{y_2/\text{пиво}\}$$

$$\theta_5 = \varepsilon$$

$$z\theta_1\theta_2\theta_3\theta_4\theta_5 = \text{Паша}$$

Итак, **Паша любит Дашу!**

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 10.