**Вопросы к экзамену по курсу**

**«Дискретные функции и их представления» (2016-2017 уч.г.)**

**Лектор – доцент, д.ф.-м.н. Селезнева Светлана Николаевна**

1. Поляризованные полиномиальные формы (ППФ). Длина функции в классе ППФ. Теорема о длине функций алгебры логики в классе ППФ.
2. Сложность системы функций в классе ППФ. Теорема о сложности систем функций алгебры логики, содержащих хотя бы две функции, в классе ППФ.
3. Полиномиальные нормальные формы (ПНФ). Длина функции в классе ПНФ. Нижняя мощностная оценка длины функций алгебры логики в классе ПНФ.
4. Теорема об оценке длины функций алгебры логики в классе ПНФ через затеняющее множество куба. Градиентная оценка затеняющего множества куба. Верхняя оценка длины функций алгебры логики в классе ПНФ.
5. Приближения функций алгебры логики полиномами. Леммы о свойствах биномиальных коэффициентов и их сумм. Теорема о ранге полиномов, приближающих функции алгебры логики с точностью d, 0 < d < 1.
6. Приближения функций алгебры логики полиномами. Лемма о приближении функции алгебры логики на множестве. Теорема о длине полиномов, приближающих функции алгебры логики с точностью d, 0 < d < 1.
7. Имплицента, простая имплицента функции алгебры логики. Леммы об имплицентах функции алгебры логики. Сокращенная КНФ функции и способы ее построения.
8. Слабо положительные КНФ и слабо положительные функции алгебры логики. Критерии слабой положительности. Полиномиальность распознавания выполнимости слабо положительной КНФ.
9. Слабо отрицательные КНФ и слабо отрицательные функции алгебры логики. Критерии слабой отрицательности. Полиномиальность распознавания выполнимости слабо отрицательной КНФ.
10. Биюнктивные КНФ и биюнктивные функции алгебры логики. Критерии биюнктивности функции. Полиномиальность распознавания выполнимости биюнктивной КНФ.
11. Линейные и мультиаффинные функции алгебры логики. Приведенное представление мультиаффинной функции алгебры логики. Критерий мультиаффинности функции. Полиномиальность распознавания выполнимости конъюнкции приведенных представлений мультиаффинных функций.
12. Условная выразимость функций алгебры логики. Леммы об условной выразимости функций (о транзитивности, о замене множителя в конъюнктивной форме, о подстановке констант вместо переменных и о навешивании отрицаний над переменными).
13. Лемма о функции, сохраняющей константу 0, и функции, не сохраняющей константу 1. Лемма о функции, не являющейся четной.
14. Лемма о функции, не являющейся четной. Лемма о функции, не являющейся слабо положительной, и о функции, не являющейся слабо отрицательной.
15. Леммы о небиюнктивной функции и немультиаффинной функции.
16. Теорема разделимости Шефера о сложности задачи обобщенной выполнимости S-ВЫП.
17. NP-полнота задач распознавания слабой положительности, слабой отрицательности, биюнктивности и мультиаффинности функции алгебры логики, заданной в виде ДНФ.
18. Нижняя единица функции алгебры логики. Лемма о нахождении всех нижних единиц функции алгебры логики по ее полиному Жегалкина. Полиномиальность задачи распознавания монотонности функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина.
19. Лемма о числе сомножителей в приведенном представлении мультиаффинной функции. Полиномиальность распознавания мультиаффинности функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина.

**Литература**

1. Горшков С.П. О сложности распознавания мультиаффинности, биюнктивности, слабой положительности и слабой отрицательности // Обзор промышленной и прикладной математики. Серия Дискретная математика. 1997. Т. 4, вып. 2. С. 216-237.
2. Джавадов Р. М. О сложности приближенного задания функций алгебры логики // ДАН СССР. 1982. Т. 265, вып. 1. С. 24-27.
3. Кириченко К. Д. Верхняя оценка сложности полиномиальных нормальных форм булевых функций // Дискретная математика. 2005. Т. 17, вып. 3. С. 80-88.
4. Перязев Н. А. Сложность булевых функций в классе полиномиальных поляризованных форм // Алгебра и логика. 1995. Т. 34, вып. 3. С. 323-326.
5. Селезнева С. Н. О сложности распознавания полноты множеств булевых функций, реализованных полиномами Жегалкина // Дискретная математика. 1997. Т. 9, вып. 4. С. 24-31.
6. Селезнева С. Н. О приближении с заданной точностью функций k-значных логик полиномами // Дискретная математика. 2008. Т. 20, вып. 2. С. 32-45.
7. Even S., Kohavi I., Paz A. On minimal modulo 2 sums of products for switching functions // IEEE Trans. Elect. Comput. 1967. P. 671-674.
8. Горшков С.П., Тарасов А.В. Сложность систем булевых уравнений. М.: Курс, 2017.
9. Creignou N., Khanna S., Sudan M. Complexity classifications of Boolean constraint satisfaction problems. 2001.
10. <http://mk.cs.msu.ru/index.php/Булевы_функции_и_полиномы> текст лекций спецкурса