Задачи по теме “Конечные автоматы без выхода”

1. Построить диаграммы Мура для конечных автоматов (КА) в алфавите $A = \{0, 1\}$, которые допускают следующие множества:

1) $\{0, 10\}$;

2) все слова длины 3;

3) все слова, которые начинаются словом 01;

4) все слова, которые оканчиваются словом 00;

5) все слова, которые содержат слово 110;

6) все слова, имеющие четную длину;

7) все слова, кроме слова 011;

6) все слова, имеющие длину, не меньшую двух.

2. Доказать конечную автоматность следующих множеств, построив диаграмму Мура КА, допускающего это множество:

1) произвольное конечное множество слов в алфавите A;

2) любое множество вида $A^* \setminus X$, где X – произвольное конечное множество слов в алфавите A;

3) множество всех слов в алфавите $A = \{0, 1\}$, которые имеют четную длину, начинаются буквой 0 и в которых буквы 0 и 1 чередуются;

4) множество всех слов в алфавите $A = \{0, 1\}$, которые составлены из “блоков” 010 и 001.

3. Определить, какие множества допускают следующие недетерминированные конечные автоматы (НКА) (предварительно построить для НКА диаграммы Мура):

1) $Q = \{q_1, q_2\}$, $f(0, q_1) = \{q_1, q_2\}$, $f(1, q_1) = \{q_2\}$, $f(0, q_2) = \{q_2\}$, $f(1, q_2) = \{q_1, q_2\}$, $F = \{q_2\}$.

2) $Q = \{q_1, q_2\}$, $f(0, q_1) = \{q_1, q_2\}$, $f(1, q_1) = \{q_2\}$, $f(0, q_2) = \{q_2\}$, $f(1, q_2) = \{q_1, q_2\}$, $F = \{q_1\}$.

3) $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$, $f(0, q_1) = \{q_2\}$, $f(1, q_1) = \{q_1, q_2\}$, $f(0, q_2) = \{q_3\}$, $f(1, q_2) = \{q_3\}$, $f(0, q_3) = \{q_3\}$, $f(1, q_3) = \{q_2, q_3\}$, $\quad F = \{q_3\}$.

4) $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$, $f(0, q_1) = \{q_1, q_2\}$, $f(1, q_1) = \{q_1\}$, $f(0, q_2) = \{q_2\}$, $f(1, q_2) = \{q_2, q_3\}$, $f(0, q_3) = \{q_1, q_3\}$, $f(1, q_3) = \{q_1, q_3\}$, $\quad F = \{q_3\}$.

4. Для заданных НКА методом детерминизации построить эквивалентный детерминированный КА (т.е. допускающий то же множество слов):

1) задача 3 1);

2) задача 3 2);

3) $Q = \{q_1, q_2\}$, $f(0, q_1) = \{q_1\}$, $f(1, q_1) = \{q_1, q_2\}$, $f(0, q_2) = \{q_1, q_2\}$, $f(1, q_2) = \{q_1\}$, $F = \{q_2\}$.

4) задача 3 3).

5. Начиная с множеств $\{0\}$ и $\{1\}$, при помощи операций объединения, произведения и итерации построить множества всех слов в алфавите $A = \{0, 1\}$, которые

1) содержат подслово 0001;

2) имеют нечетную длину;

3) начинаются и оканчиваются на 1;

4) не содержат подслово 01.

6. Построить регулярное выражение, определяющее следующие множества слов в алфавите $=\{0,1\}$:

1) любое конечное множество слов;

2) дополнение (до множества $\{0,1\}^*$) к любому конечному множеству слов;

3) множество всех слов, являющихся конкатенацией слов 01 и 110;

4) множество всех слов, содержащих или подслово 00 или подслово 101;

5) множество всех слов, кроме слов 001, 110, 0111;

6) множество всех слов с длиной, кратной трем;

7) множество всех слов четной длины, содержащих подслово 111;

8) множество всех слов нечетной длины, не содержащих подслово 100.

7. Для КА $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ построить НКА, который допускает множество $D(\mathcal{A})\cdot D(\mathcal{B})$:

1) автомат $\mathcal{A}$: $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$, $f(0,q_1)=q_2$, $f(1,q_1)=q_1$, $f(0,q_2)=q_2$, $f(1,q_2)=q_3$, $f(0,q_3)=q_1$, $f(1,q_3)=q_3$, $F=\{q_1,q_3\}$,

автомат $\mathcal{B}$: $Q=\{q_1,q_2\}$, $f(0,q_1)=q_1$, $f(1,q_1)=q_2$, $f(0,q_2)=q_2$, $f(1,q_2)=q_2$, $F=\{q_2\}$;

2) автомат $\mathcal{A}$: $Q=\{q_1,q_2\}$, $f(0,q_1)=q_1$, $f(1,q_1)=q_2$, $f(0,q_2)=q_1$, $f(1,q_2)=q_2$, $F=\{q_2\}$;

автомат $\mathcal{B}$: $Q=\{q_1,q_2,q_3\}$, $f(0,q_1)=q_2$, $f(1,q_1)=q_3$, $f(0,q_2)=q_2$, $f(1,q_2)=q_2$, $f(0,q_3)=q_3$, $f(1,q_3)=q_1$, $F=\{q_2,q_3\}$.

8. Для КА $\mathcal{A}$ построить НКА $\mathcal{C}$, для которого $D(\mathcal{C})=D(\mathcal{A})^*$:

1) автомат $\mathcal{A}$ из задачи 7 1);

2) автомат $\mathcal{B}$ из задачи 7 2).

9. Пусть X – конечно-автоматное множество в алфавите $A=\{0,1\}$, а α,β — произвольные слова в алфавите A. Доказать, что в результате одновременной замены буквы 0 словом α, а буквы 1 словом β во всех словах множества X образуется конечно-автоматное множество.

10. Пусть X — конечно-автоматное множество, $Rev(X)$ — множество всех слов, обратным к словам из X (т.е. слов, прочитанных в обратном порядке). Доказать, что множество $\mathrm{Rev}(X)$ также конечно-автоматно.