

Занятие 3. Классы P и NP , NP -полнота.

1. Доказать, что задача \mathcal{Z} принадлежит классу P , если

1) \mathcal{Z} — задача распознавания сохранения константы 1 функцией $f \in P_2$, заданной вектором значений α_f ;

2) \mathcal{Z} — задача распознавания самодвойственности функции $f \in P_2$, заданной вектором значений α_f ;

3) \mathcal{Z} — задача распознавания монотонности функции $f \in P_2$, заданной вектором значений α_f ;

4) \mathcal{Z} — задача распознавания линейности функции $f \in P_2$, заданной вектором значений α_f .

2. Доказать, что задача \mathcal{Z} принадлежит классу NP , если

1) \mathcal{Z} — задача распознавания сохранения константы 1 функцией $f \in P_2$, заданной формулой над заранее известным конечным множеством A , $A \subseteq P_2$;

2) \mathcal{Z} — задача распознавания несамодвойственности функции $f \in P_2$, заданной формулой над заранее известным конечным множеством A , $A \subseteq P_2$;

3) \mathcal{Z} — задача распознавания немонотонности функции $f \in P_2$, заданной формулой над заранее известным конечным множеством A , $A \subseteq P_2$;

4) \mathcal{Z} — задача распознавания нелинейности функции $f \in P_2$, заданной формулой над заранее известным конечным множеством A , $A \subseteq P_2$.

3. Выяснить, является задача \mathcal{Z} полиномиальной или NP -полной, если

1) \mathcal{Z} — задача распознавания выполнимости ДНФ D ;

2) \mathcal{Z} — задача распознавания существования набора, обращающего в ноль ДНФ D ;

3) \mathcal{Z} — задача распознавания существования набора, обращающего в ноль ДНФ D , в которой каждая ЭК содержит не более трех литералов;

4) \mathcal{Z} — задача распознавания выполнимости полинома Жегалкина P .

4. Выяснить, является задача \mathcal{Z} распознавания несамодвойственности функции $f \in P_2$ полиномиальной или NP -полной, если

1) f задана в виде КНФ;

2) f задана в виде совершенной КНФ;

3) f задана в виде ДНФ;

4) f задана в виде совершенной ДНФ.

5. Выяснить, является задача \mathcal{Z} распознавания немонотонности функции $f \in P_2$ полиномиальной или NP -полной, если

- 1) f задана в виде КНФ;
- 2) f задана в виде совершенной КНФ;
- 3) f задана в виде сокращенной КНФ;
- 4) f задана в виде ДНФ.

6. Выяснить, является задача \mathcal{Z} распознавания нелинейности функции $f \in P_2$ полиномиальной или NP -полной, если

- 1) f задана в виде КНФ;
- 2) f задана в виде совершенной КНФ;
- 3) f задана в виде сокращенной КНФ;
- 4) f задана в виде полинома Жегалкина.

7. 1. Доказать, что задача \mathcal{Z} распознавания существенности переменной x_i функции $f \in P_2$, заданной формулой над заранее известным конечным множеством A , $A \subseteq P_2$, принадлежит классу NP .

2. Выяснить, является задача \mathcal{Z} распознавания существенности переменной x_i функции $f \in P_2$ полиномиальной или NP -полной, если

- 1) f задана в виде КНФ;
- 2) f задана в виде совершенной КНФ;
- 3) f задана в виде сокращенной КНФ;
- 4) f задана в виде полинома Жегалкина.