Распределенные алгоритмы и системы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределенные алгоритмы и системы

Блок 42

Задача консенсуса

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

Задача консенсуса — это задача принятия решения, в которой во всех исправных узлах принимаются одинаковые решения

Далее будем рассматривать следующий вариант задачи консенсуса

Каждый узел p имеет входную переменную $\mathfrak{i}_p$, доступную только для чтения и имеющую одно из значений 0, 1

Начальное состояние узла p однозначно задаётся значением $\mathfrak{i}_p$

Требуется принять одно из двух решений, 0 или 1

Каждый узел p содержит выходную переменную $\mathfrak{o}_p$ с начальным значением $\perp$, в которую можно присвоить решение, и такое присваивание можно выполнить только один раз

Требование конечности вычислений алгоритма ослабим с учётом справедливости

Несправедливым объявляется бесконечное вычисление, в котором начиная с некоторой конфигурации никогда не выполняется ни одно действие некоторого исправного узла и всегда допустимо хотя бы одно действие этого узла

Остальные вычисления объявляются справедливыми

Конечными должны быть по крайней мере все справедливые вычисления (а несправедливые могут быть и бесконечными)

Таким образом, алгоритмом консенсуса (решением задачи консенсуса), устойчивым к заданному виду отказов $\mathfrak{F}$, будем называть распределённый алгоритм, обладающий следующими свойствами:

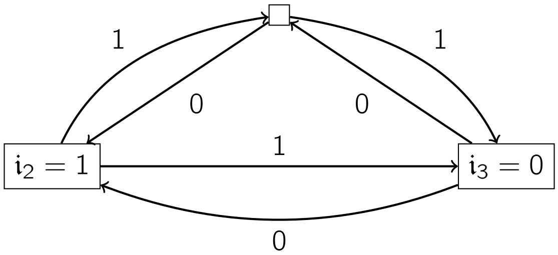
1. **Завершаемость**
   В условиях отказов $\mathfrak{F}$ все справедливые вычисления конечны

2. **Единогласие**
   Все исправные узлы p по завершении вычисления принимают одно и то же решение 0 или 1 в выходных переменных

3. **Невырожденность**
   Если исправные узлы принимают решение v, то существует исправный узел со значением v входной переменной

Небольшой пример, иллюстрирующий трудность достижения консенсуса

Представим себе клику из трёх узлов (1, 2, 3), в которой узел 1 — византийский



Какому из узлов 2, 3 следует «поддаться на уговоры» и принять решение, не совпадающее с его входным значением?

Если из определения алгоритма консенсуса удалить хотя бы одно из трёх свойств, то можно придумать достаточно простой и «весьма бесполезный» алгоритм

Задача 1. Предложите распределённые алгоритмы с асинхронным обменом сообщениями, устойчивого к выходу из строя не более чем одного узла и обладающего следующими свойствами:

1. Завершаемость и единогласие
2. Завершаемость и невырожденность
3. Единогласие и невырожденность

Но если потребовать соблюдение всех трёх свойств, то задача, увы, становится нерешаемой даже для простых видов отказов

Теорема (Задача 2, трудная). **Не существует алгоритма консенсуса с асинхронным обменом сообщениями, устойчивого к выходу из строя не более чем одного узла**

На практике для решения задачи консенсуса используются «ослабленный» набор свойств, обеспечивающий наличие «разумного» решения — например:

- Ослабленная модель отказа
  Например, существуют алгоритмы консенсуса, устойчивые относительно изначально бездействующих узлов
- Рандомизация
  Например, даже для «более сильных» византийских отказов существуют алгоритмы, в которых консенсуса можно достигать с вероятностью, стремящейся к 1
- Слабая завершаемость
  Например, существуют алгоритмы косенсуса для византийских отказов, корректные в дополнительном предположении о том, что один выделенный узел сети обязательно исправен
- Синхронность
  Существуют алгоритмы консенсуса с синхронным обменом сообщениями для византийских отказов