

# Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы  
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

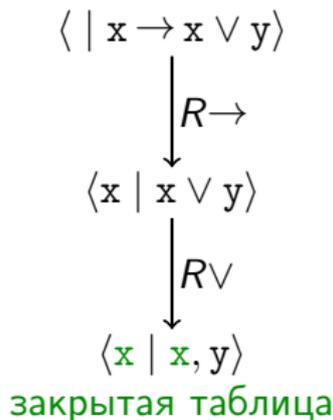
## Блок 9

Метод семантических таблиц  
в логике предикатов:  
семантические таблицы

Лектор:  
Подымов Владислав Васильевич  
E-mail:  
**valdus@yandex.ru**

# Вступление

Из блока 8:



Это успешный табличный вывод в логике высказываний, обосновывающий общезначимость формулы  $x \rightarrow x \vee y$

---

Попробуем адаптировать понятие семантической таблицы и в целом метод семантических таблиц к логике предикатов

# Определения

**Семантическая таблица** (логики предикатов) — это упорядоченная пара множеств формул (логики предикатов):  $T = \langle \Gamma \mid \Delta \rangle$

Таблица  $T$  **закрота**, если  $\Gamma \cap \Delta \neq \emptyset$

Таблица  $T$  **атомарна**, если все формулы из  $\Gamma \cup \Delta$  атомарны

*Эти определения дословно перенесены из логики высказываний*

Пусть  $\tilde{x}^n$  — все свободные переменные формул из  $\Gamma \cup \Delta$

Таблица  $T$  **выполнима**, если существуют интерпретация  $\mathcal{I}$  и набор предметов  $\tilde{d}^n$  из области интерпретации, такие что

- ▶  $\mathcal{I} \models \varphi(\tilde{x}^n)[\tilde{d}^n]$  для любой формулы  $\varphi$  из  $\Gamma$
- ▶  $\mathcal{I} \not\models \psi(\tilde{x}^n)[\tilde{d}^n]$  для любой формулы  $\psi$  из  $\Delta$

*А это определение по сравнению с логикой высказываний усложнилось: добавились предметы, оценивающие свободные переменные формул*

# Примеры

## 1. $\langle P(x) \mid Q(f(c), x) \rangle$

Эта таблица атомарна, незакрыта и выполнима

Выполнимость подтверждается интерпретацией, в которой

$$D = \{d\}, \overline{P}(d) = \text{t} \text{ и } \overline{Q}(d, d) = \text{f},$$

и значением  $d$  переменной  $x$

## 2. $\langle P(x) \mid P(x), Q(f(c), x) \rangle$

Эта таблица атомарна, закрыта и невыполнима

## 3. $\langle \forall x P(x) \mid \forall x P(x), Q(f(c), x) \rangle$

Эта таблица неатомарна, закрыта и невыполнима

## 4. $\langle \exists x P(x), \neg P(y) \mid \forall x P(x), P(x) \& \neg P(x) \rangle$

Эта таблица неатомарна, незакрыта и выполнима

Выполнимость подтверждается интерпретацией, в которой

$$D = \{d_1, d_2\}, \overline{P}(d_1) = \text{t} \text{ и } \overline{P}(d_2) = \text{f},$$

и набором  $d_1, d_2$  значений переменных  $x, y$

# Основные утверждения

**Теорема (о табличной проверке общезначимости в ЛП)**

Для любой формулы  $\varphi$  справедлива равносильность

$$\models \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \text{таблица } \langle \mid \varphi \rangle \text{ невыполнима}$$

**Доказательство.**

$$\models \varphi(\tilde{x}^n)$$

$$\Leftrightarrow$$

$\mathcal{I} \models \varphi(\tilde{x}^n)[\tilde{d}^n]$  для любой интерпретации  $\mathcal{I}$   
и любого набора предметов  $\tilde{d}^n$

$$\Leftrightarrow$$

таблица  $\langle \mid \varphi \rangle$  невыполнима  $\blacktriangledown$

**Утверждение.** Любая закрытая таблица невыполнима

**Утверждение.** Любая незакрытая атомарная таблица выполнима

**Доказательство.** Следует из определений, можете попробовать сами