

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы

→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 14

Общая схема метода резолюций

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

Вступление

Проблему общезначимости формул логики предикатов

$$\models \varphi?$$

можно до некоторой степени решить с помощью
метода семантических таблиц

Но этот метод оказался **неэффективным**:

в «плохих» случаях может потребоваться

- ▶ перебирать много формул и
- ▶ подставлять много термов

На ближайших лекциях будет обсуждаться более эффективный метод проверки общезначимости формул логики предикатов:

метод резолюций

Без ограничения общности далее полагаем, что формула φ , общезначимость которой проверяется методом резолюций, замкнута

Общая схема метода резолюций

Сквозной пример: обоснование общезначимости формулы

$$\models \exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Этап 1: перейти к проверке невыполнимости **отрицания** формулы

$$\dots \rightsquigarrow \neg \exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Этап 2: упростить формулу, сохранив её смысл (привести к **ПНФ**)

$$\dots \rightsquigarrow \forall x \exists z \exists y \forall u (P(x) \& (\neg P(z) \vee R(x, y)) \& \neg R(x, u))$$

Этап 3: сделать формулу ещё проще *с изменением смысла*,
сохранив её выполнимость/невыполнимость (привести к **ССФ**)

$$\dots \rightsquigarrow \forall x \forall u (P(x) \& (\neg P(f(x)) \vee R(x, g(x))) \& \neg R(x, u))$$

Этап 4: перейти к проверке невыполнимости

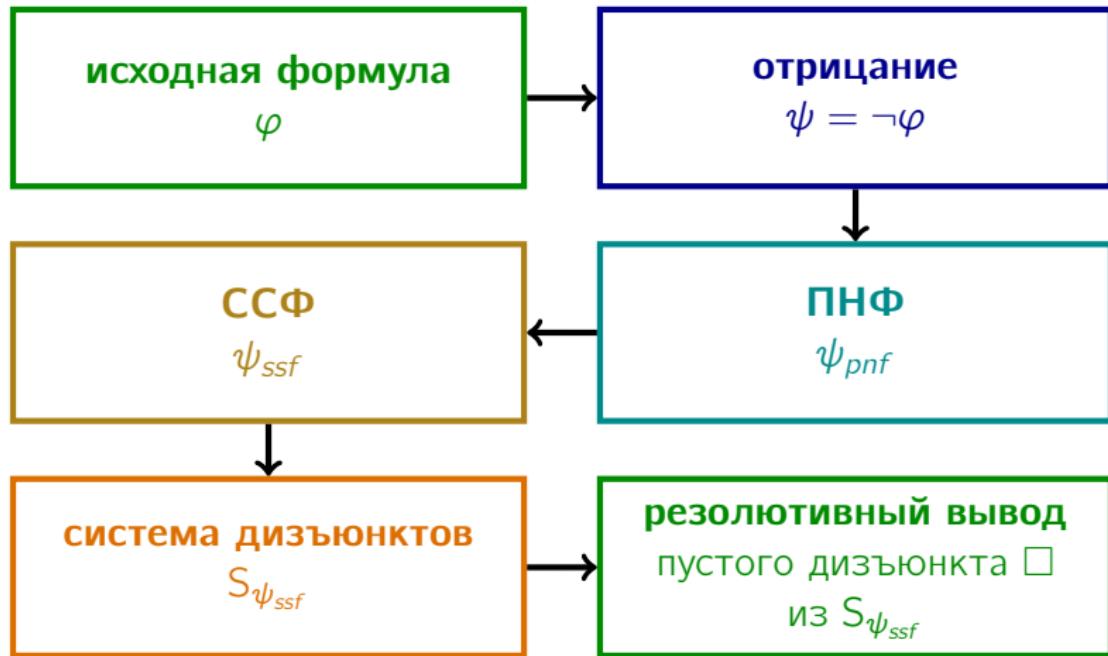
системы очень простых формул — **дизъюнктов**

$$\dots \rightsquigarrow \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\}$$

Этап 5: построить логический **вывод** особого дизъюнкта (\square),
обозначающего невыполнимость системы

$$\begin{array}{c} \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)) \quad \xrightarrow{\{x'/f(x)\}} P(x') \rightarrow R(x, g(x)) \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\{x'/x, u'/f(x)\}} \neg R(x', u') \rightarrow \square \\ \hline \end{array}$$

Общая схема метода резолюций



Отдельно будет показана справедливость цепочки равносильностей:

$$\vdash \varphi \Leftrightarrow \nvDash \psi \Leftrightarrow \nvDash \psi_{pnf} \Leftrightarrow \nvDash \psi_{ssf} \Leftrightarrow \nvDash S_{\psi_{ssf}}$$

\Leftrightarrow существует вывод \square из $S_{\psi_{ssf}}$