Примерный вариант экзаменационной работы по курсу «Дискретная математика»

Задание 1 (3 балла). Проверить полноту системы A функций алгебры логики, если

$$A = \{\bar{x}, x \oplus y \oplus z, x(y \sim z) \sim (y \vee z)\}.$$

Задание 2 (3 балла). Найти число неизоморфных графов (без петель и кратных ребер), содержащих 6 вершин и 3 компоненты связности. Изобразить все эти графы.

Задание 3 (3 балла). При помощи алгоритма проверки однозначности алфавитного кода выяснить, является ли алфавитный код C разделимым, если

$$C = \{01, 011, 100, 2100, 10110, 00112\}.$$

При отрицательном ответе указать слово, допускающее не менее двух декодирований.

Задание 4 (3 балла). Для автоматной функции f, заданной каноническими уравнениями, найти диаграмму Мура, в которой любые два различные состояния отличимы, и схему из функциональных элементов с задержками в базисе из конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и элемента единичной задержки, если

$$f: \begin{cases} y(t) = x(t) \vee q_1(t-1), \\ q_1(t) = x(t) \oplus q_2(t-1), \\ q_2(t) = x(t) \cdot q_1(t-1) \cdot \bar{q}_2(t-1), \\ q_1(0) = q_2(0) = 0. \end{cases}$$

Задание 5 (3 балла). Что называется предполным классом в P_2? Что утверждает теорема о предполных классах в P_2? Можно ли привести пример неполной системы функций алгебры логики, не содержащейся ни в одном из предполных классов в P_2? Ответ пояснить.

Задание 6 (3 балла). Какой граф называется деревом? Что утверждает теорема о равносильных определениях дерева? Какие свойства можно установить для графа с p вершинами и $(p-1)$ ребрами? Ответ пояснить.

Задание 7 (3 балла). Что такое набор частот появления букв исходного алфавита? Что такое оптимальный алфавитный код? Что утверждает лемма о связи между частотами появления двух букв исходного алфавита и длинами кодовых слов, сопоставленных этим буквам в оптимальном коде? Как в доказательстве этого утверждения используется оптимальность кода? Можно ли найти оптимальный алфавитный код в кодирующем алфавите $B = \{0, 1\}$ с длинами кодовых слов $(1, 2, 3, 4)$? Ответы пояснить.

Задание 8 (3 балла). Какие состояния конечного автомата называются отличимыми, а какие — неотличимыми? Что утверждает теорема Мура? Останется ли эта теорема верной, если на единицу уменьшить присутствующую в ней оценку длины слова? Привести пример диаграммы Мура с тремя состояниями, в которой найдутся два отличимые состояния, которые не отличаются никаким словом длины 1. Ответы пояснить.

Задание 9 (4 балла). В базисе из конъюнкции, дизъюнкции и отрицания построить схему из функциональных элементов сложности не более 5 с входами x_1, x_2 и выходами y_0, y_1, y_2, для которой выполняется:

$$(y_0, y_1, y_2)_2 = (x_1, x_2)_2 + 1.$$

Задание 10 (4 балла). Доказать, что любые два различные слова, принадлежащие коду Хэмминга порядка n, $n \geqslant 3$, отличаются хотя бы в трех разрядах.