

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 34

Хорновские логические программы:
корректность операционной семантики

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

Вступление

Для ХЛП определены две семантики:

1. Декларативная (основная):

- ▶ Программа — это система дизъюнктов-правил
- ▶ **Правильный ответ** — это подстановка целевых переменных, при применении которой к запросу он следует из программы

2. Операционная (вспомогательная):

- ▶ Шаг вычисления программы — это применение правила SLD-резолюции
- ▶ **SLD-вычисляемый ответ** — это композиция подстановок, получаемых по ходу вычисления, спроектированная на целевые переменные

А как связаны между собой правильные и SLD-вычисляемые ответы?

Лемма о соответствии вычислений и входных выводов

Для любого конечного SLD-резольтивного вычисления

$$Q_1 \xrightarrow{\mathcal{R}_1, k_1, \theta_1} Q_2 \xrightarrow{\mathcal{R}_2, k_2, \theta_2} \dots \xrightarrow{\mathcal{R}_{n-1}, k_{n-1}, \theta_{n-1}} Q_n$$

программы \mathcal{P} последовательность дизъюнктов

$$\neg\Phi_{Q_1}, \Phi_{\mathcal{R}_1}, \neg\Phi_{Q_2}, \Phi_{\mathcal{R}_2}, \dots, \Phi_{\mathcal{R}_{n-1}}, \neg\Phi_{Q_n}$$

является входным резольтивным выводом из $S_{\mathcal{P}} \cup \{\neg\Phi_{Q_1}\}$, в котором для вычисления резольвент Q_2, \dots, Q_n применяются соответственно унификаторы $\theta_1, \dots, \theta_{n-1}$

Доказательство.

База: $n = 1$

$\neg\Phi_{Q_1}$ — это тривиальный входной вывод из $S_{\mathcal{P}} \cup \{\neg\Phi_{Q_1}\}$

Индуктивный переход: полагая утверждение доказанным для $n < N$, докажем его для $n = N$

Лемма о соответствии вычислений и входных выводов

Для любого конечного SLD-резольтивного вычисления

$$Q_1 \xrightarrow{R_1, k_1, \theta_1} Q_2 \xrightarrow{R_2, k_2, \theta_2} \dots \xrightarrow{R_{n-1}, k_{n-1}, \theta_{n-1}} Q_n$$

программы \mathcal{P} последовательность дизъюнктов

$$\neg\Phi_{Q_1}, \Phi_{R_1}, \neg\Phi_{Q_2}, \Phi_{R_2}, \dots, \Phi_{R_{n-1}}, \neg\Phi_{Q_n}$$

является входным резольтивным выводом из $S_{\mathcal{P}} \cup \{\neg\Phi_{Q_1}\}$, в котором для вычисления резольвент Q_2, \dots, Q_n применяются соответственно унификаторы $\theta_1, \dots, \theta_{n-1}$

Доказательство (индуктивный переход).

По индуктивному предположению, последовательность

$$\neg\Phi_{Q_2}, \Phi_{R_2}, \dots, \Phi_{R_{n-1}}, \neg\Phi_{Q_n}$$

является входным резольтивным выводом из $S_{\mathcal{P}} \cup \{\neg\Phi_{Q_2}\}$, в котором последовательно применяются унификаторы $\theta_2 \dots \theta_{n-1}$

Как **обсуждалось ранее**, $\neg\Phi_{Q_2}$ — это резольвента дизъюнктов $\neg\Phi_{Q_1}$ и Φ_{R_1} для унификатора θ_1

Осталось заметить, что Φ_{R_1} — вариант дизъюнкта из $S_{\mathcal{P}}$ ▼

Теорема о корректности операционной семантики ХЛП

Для любой ХЛП \mathcal{P} и любого запроса Q верно следующее: любой SLD-вычислимый ответ на Q к \mathcal{P} является правильным ответом на Q к \mathcal{P}

Доказательство.

Рассмотрим SLD-вычислимый ответ θ на запрос Q к \mathcal{P}

По определению этого ответа, существует успешное SLD-резольтивное вычисление

$$Q_1 \xrightarrow{\mathcal{R}_1, k_1, \theta_1} Q_2 \xrightarrow{\mathcal{R}_2, k_2, \theta_2} \dots \xrightarrow{\mathcal{R}_n, k_n, \theta_n} \square,$$

такое что $Q_1 = Q$ и $\theta = (\theta_1 \theta_2 \dots \theta_n) |_{\text{Var}_Q}$

По последней лемме, последовательность

$$\neg \Phi_{Q_1}, \Phi_{\mathcal{R}_1}, \neg \Phi_{Q_2}, \Phi_{\mathcal{R}_2}, \dots, \Phi_{\mathcal{R}_n}, \square$$

является входным резольтивным выводом из $S_{\mathcal{P}} \cup \{\neg \Phi_{Q_1}\}$, в котором для построения резольвент применяются унификаторы $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$

Теорема о корректности операционной семантики ХЛП

Для любой ХЛП \mathcal{P} и любого запроса Q верно следующее: любой SLD-вычислимый ответ на Q к \mathcal{P} является правильным ответом на Q к \mathcal{P}

Доказательство. (SLD-вычислимый ответ $\theta = (\theta_1\theta_2 \dots \theta_n)|_{\text{Var}_Q}$)

По теореме о входном резольютивном выводе как средстве вычисления, верно соотношение

$$S_{\mathcal{P}} \models (\Phi_Q \theta_1 \theta_2 \dots \theta_n)^\forall$$

По свойствам применения подстановок и устройству переменных запроса, справедливо и

$$S_{\mathcal{P}} \models (\Phi_Q(\theta_1\theta_2 \dots \theta_n)|_{\text{Var}_Q})^\forall$$

Значит, $(\theta_1\theta_2 \dots \theta_n)|_{\text{Var}_Q}$ — это по определению правильный ответ на запрос Q к программе \mathcal{P} ▼