

Языки описания схем

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Языки описания схем

Блок 25

Вспоминаем дискретную математику:
автоматы

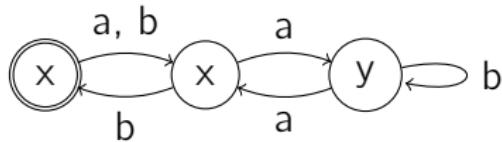
Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, сентябрь–декабрь

Что такое автомат

«Автомат» — это общее название вычислителя, устроенного так:

- ▶ автомат вычисляет, взаимодействуя с *окружением*:
 - ▶ окружение сообщает автомatu, как он должен вычислять (посыпает **входные символы**)
 - ▶ автомат сообщает окружению о результатах вычисления (выдаёт **выходные символы**)
- ▶ в каждый момент вычисления автомат находится в заданном **состоянии**
- ▶ состояния автомата изменяются в результате выполнения **переходов** от одного состояния к другому
- ▶ какой переход и когда должен выполниться, определяется посыпаемыми входными символами



Автоматы-преобразователи

Множество состояний, в которых может находиться
конечный автомат, конечно

Автомат-преобразователь преобразует входные символы в выходные
и на каждом шаге вычисления сообщает окружению
результат преобразования

Вычисление **детерминированного** автомата однозначно определяется
совокупностью входных символов, посланных окружением

При разработке **нетривиальных** цифровых схем повсеместно
используются конечные детерминированные автоматы-преобразователи
(этот тезис будет уточнён в блоке 27)

Автоматы Мура

Наболее часто встречающийся в схемотехнике вид автоматов — (конечные детерминированные) автоматы(-преобразователи) Мура

Алфавит — это конечное множество **символов** (по-другому — **букв**)

Автомат (Мура)

над алфавитами входных символов I и выходных символов O — это система (Q, q_0, B, T) , где:

- ▶ Q — конечное множество **состояний**
- ▶ $q_0 \in Q$ — **начальное** состояние
- ▶ $B : Q \rightarrow O$ — **функция выхода**
- ▶ $T : Q \times I \rightarrow Q$ — **функция переходов**

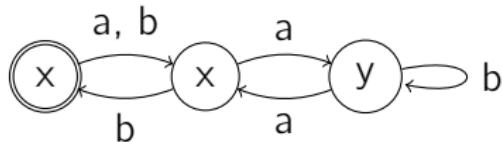
Автоматы Мура

$$\mathcal{A} = (Q, q_0, B, T)$$

Автомат принято отождествлять с особым размеченным ориентированным графом:

- ▶ вершины графа = состояния автомата
- ▶ начальному состоянию присовена особая метка «начальное»
- ▶ каждое состояние q помечено выходным символом $B(q)$
- ▶ $q' \xrightarrow{a} q'' \Leftrightarrow q'' = T(q', a)$

Пример:



$$I = \{a, b\}$$

$$O = \{x, y\}$$

$$Q = \{q_1, q_2, q_3\}$$

$$q_0 = q_1$$

$$B(q_1) = B(q_2) = x$$

$$B(q_3) = y$$

$$T(q_1, a) = T(q_1, b) = T(q_3, a) = q_2$$

$$T(q_2, b) = q_1$$

$$T(q_2, a) = T(q_3, b) = q_3$$

Автоматы Мура

$$\mathcal{A} = (Q, q_0, B, T)$$

Как выполняется автомат

Автомат выполняется пошагово в дискретном времени: $t \in \{1, 2, \dots\}$

В каждый момент времени (t) автомат находится в некотором состоянии ($q(t)$)

Начало выполнения автомата: $q(1) = q_0$

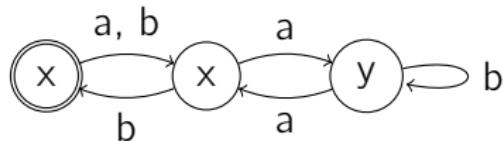
Шаг выполнения автомата:

- ▶ на выход **выдаётся** буква $y(t) = B(q(t))$
- ▶ со входа **прочитывается** очередная буква $x(t)$
- ▶ состояние автомата изменяется на $q(t + 1) = T(q(t), x(t))$

Автоматы Мура

Пример:

(состояния слева направо: q_1, q_2, q_3)



t	1	2	3	4	5	6	\dots
$x(t)$	a	a	b	b	a	b	\dots
$q(t)$	$q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_3 \rightarrow q_3 \rightarrow q_2 \rightarrow q_1$						\dots
$y(t)$	x	x	y	y	y	x	\dots