

# Языки описания схем

[mk.cs.msu.ru](http://mk.cs.msu.ru) → Лекционные курсы → Языки описания схем

## Блок 25

Вспоминаем дискретную математику:  
автоматы

Лектор:

**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:

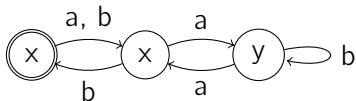
**[valdus@yandex.ru](mailto:valdus@yandex.ru)**

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

# Что такое автомат

«Автомат» — это *общее* название вычислителя, устроенного так:

- ▶ автомат вычисляет, взаимодействуя с *окружением*:
  - ▶ окружение сообщает автомату, как он должен вычислять (посылает **входные символы**)
  - ▶ автомат сообщает окружению о результатах вычисления (выдаёт **выходные символы**)
- ▶ в каждый момент вычисления автомат находится в заданном **состоянии**
- ▶ состояния автомата изменяются в результате выполнения **переходов** от одного состояния к другому
- ▶ какой переход и когда должен выполняться, определяется посылаемыми входными символами



# Автоматы-преобразователи

Множество состояний, в которых может находиться **конечный** автомат, конечно

**Автомат-преобразователь** преобразует входные символы в выходные и на каждом шаге вычисления сообщает окружению результат преобразования

Вычисление **детерминированного** автомата однозначно определяется совокупностью входных символов, посланных окружением

При разработке *нетривиальных* цифровых схем повсеместно используются конечные детерминированные автоматы-преобразователи

# Автоматы Мура

Наболее часто встречающийся в схемотехнике вид автоматов — (конечные детерминированные) автоматы(-преобразователи) Мура

**Алфавит** — это конечное множество **символов** (по-другому — **букв**)

**Автомат (Мура)**

над алфавитами входных символов  $I$  и выходных символов  $O$  — это система  $(Q, q_0, B, T)$ , где:

- ▶  $Q$  — конечное множество **состояний**
- ▶  $q_0 \in Q$  — **начальное** состояние
- ▶  $B : Q \rightarrow O$  — **функция выхода**
- ▶  $T : Q \times I \rightarrow Q$  — **функция переходов**

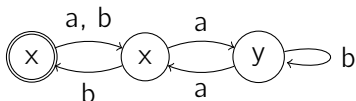
# Автоматы Мура

$$\mathcal{A} = (Q, q_0, B, T)$$

Автомат принято отождествлять с особым размеченным ориентированным графом:

- ▶ вершины графа = состояния автомата
- ▶ начальному состоянию присовена особая метка «начальное»
- ▶ каждое состояние  $q$  помечено выходным символом  $B(q)$
- ▶  $q' \xrightarrow{a} q'' \Leftrightarrow q'' = T(q', a)$

Пример:



$$I = \{a, b\}$$

$$O = \{x, y\}$$

$$Q = \{q_1, q_2, q_3\}$$

$$q_0 = q_1$$

$$B(q_1) = B(q_2) = x$$

$$B(q_3) = y$$

$$T(q_1, a) = T(q_1, b) = T(q_3, a) = q_2$$

$$T(q_2, b) = q_1$$

$$T(q_2, a) = T(q_3, b) = q_3$$

# Автоматы Мура

$$\mathcal{A} = (Q, q_0, B, T)$$

## Как выполняется автомат

Автомат выполняется *пошагово* в дискретном времени:  $t \in \{1, 2, \dots\}$

В каждый момент времени ( $t$ ) автомат находится в некотором состоянии ( $q(t)$ )

Начало выполнения автомата:  $q(1) = q_0$

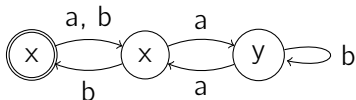
Шаг выполнения автомата:

- ▶ на выход **выдаётся** буква  $y(t) = B(q(t))$
- ▶ со входа **прочитывается** очередная буква  $x(t)$
- ▶ состояние автомата изменяется на  $q(t+1) = T(q(t), x(t))$

# Автоматы Мура

Пример:

(состояния слева направо:  $q_1, q_2, q_3$ )



$t$	1	2	3	4	5	6	...
$x(t)$	$a$	$a$	$b$	$b$	$a$	$b$	...
$q(t)$	$q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow q_3 \rightarrow q_3 \rightarrow q_3 \rightarrow q_2 \rightarrow q_1$						...
$y(t)$	$x$	$x$	$y$	$y$	$y$	$x$	$x$ ...