

# ***Курс «Элементы теории дискретных управляющих систем» для бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 «Прикладная математика и информатика» профиля «Математические методы обработки информации и принятия решений» кафедры математической кибернетики***

## **1. Общая информация (учебная нагрузка, формы контроля и др.)**

Курс является обязательным для всех бакалавров (интегрированных магистров) кафедры математической кибернетики.

Он читается в 6 семестре в объёме 36 часов лекций и 18 часов семинарских занятий, причём семинарские занятия в 2021–2022 уч. году проходят очно, а лекции — в дистанционном формате. Курс завершается экзаменом, на который выносятся как теоретические вопросы, так и задачи, изложенные на лекциях и семинарах.

В разделах 2–5 данного описания приводится подробная информация о содержании курса, программах и планах его изучения в 2021–2022 уч. году, методических материалах, а в разделах 6 и 7 — об особенностях организации учебного процесса, формах и сроках проведения контрольных мероприятий.

В соответствии с этими планами в течение семестра проводятся 2 основные (не более 2 часов) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных). По результатам указанных тестов (контрольных) с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы (см. раздел 6) им выставляются предварительные оценки, играющие существенную роль при формировании окончательной оценки на экзамене (см. раздел 7).

Чтение курса обеспечивается кафедрой математической кибернетики, лекторы 2021–2022 уч. года — профессор Ложкин С. А. (lozhkin@cs.msu.ru) и доцент д.ф.-м.н. Романов Д. С. (romanov@cs.msu.ru).

## **2. Аннотация**

Курс «Элементы теории дискретных управляющих систем» читается вслед за курсом «Основы кибернетики» и является дополнением последнего курса. Он посвящён более глубокому изучению ряда моделей, методов и результатов теории дискретных управляющих систем (УС), связанных с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов, а также некоторых вопросов надёжности и контроля УС.

В программу курса входят результаты об асимптотике функции Шеннона для сложности (задержки) формул, схем из функциональных и функционально-проводящих элементов в произвольном базисе. Устанавливается возможность синтеза схем из функциональных элементов (СФЭ) асимптотически оптимальных как по сложности, так и по задержке.

На основе вероятностной модели СФЭ над базисом из надёжных и ненадёжных элементов рассматриваются некоторые вопросы их надёжности. Изучается, в частности, возможность построения как сколь угодно надёжных, так и самокорректирующихся СФЭ, имеющих асимптотически оптимальную сложность, а также возможность синтеза оптимальных по сложности самокорректирующихся контактных схем для линейных функций.

В рамках модели контактных схем излагаются некоторые вопросы контроля УС, связанные, в частности, с построением полного диагностического и полного проверяющего тестов.

### **3. Предварительный список вопросов к экзамену по курсу «Элементы теории дискретных управляющих систем» (весенний семестр 2021–2022 уч. года; 318 группа), ориентировочный график их изучения на лекциях и семинарах**

#### **I. Асимптотически наилучшие методы синтеза схем в некоторых моделях дискретных управляющих систем**

1. Формулы и СФЭ в произвольном базисе, функционалы их сложности. Верхние оценки числа формул и СФЭ. См. [2: гл. 1, §1]. (Лекция 1 — 9.II)
2. Некоторые модификации контактных схем, итеративные контактные схемы. Верхние оценки числа схем контактного типа. См. [2: гл. 1, §2]. (Лекция 2 — 16.II)
3. Нижние мощностные оценки функций Шеннона. См. [2: гл. 1, §3]. (Лекция 3 — 16.II)
4. Обобщенное разложение мультиплексорных ФАЛ, универсальные множества ФАЛ и их построение. См. [2: гл. 1, §4]. (Лекция 4 — 1.III)
5. Асимптотически наилучший метод синтеза СФЭ и ИКС в произвольном базисе. См. [2: гл. 1, §5]. (Лекция 5 — 15.III)
6. Асимптотически наилучший метод синтеза формул и контактных схем в произвольном базисе. См. [2: гл. 1, §6]. (Лекция 6 — 22.III)
7. Поведение функции Шеннона для задержки ФАЛ в произвольном базисе. Синтез СФЭ асимптотически оптимальных как по сложности, так и по задержке. См. [2: гл. 1, §7]. (Лекция 7 — 29.III)

#### **II. Некоторые вопросы надёжности и контроля дискретных управляющих систем**

8. Вероятностное описание источников помех и повреждений СФЭ. Невозможность построения сколь угодно надёжных схем для источников неймановского типа. См. [2: гл. 2, §1], [4: ч. III, разд. 1, §1]. (Лекция 8 — 5.IV)
9. Эффект нарастания ненадёжности. Построение сколь угодно надёжных СФЭ в базисе из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования, асимптотически наилучшие методы их синтеза. См. [2: гл. 2, §2], [4: ч. III, разд. 1, §2]. (Лекция 8 — 5.IV, лекция 9 — 12.IV)
10. Самокорректирующиеся СФЭ в базисах из ненадёжных элементов  $\{\&, \vee, \neg\}$  и абсолютно надёжного элемента голосования, асимптотически наилучшие методы их синтеза. См. [2: гл. 2, §3], [4: ч. III, разд. 2, §2]. (Лекция 9 — 12.IV)
11. Сферические ФАЛ. Сложность линейной и некоторых других ФАЛ в классе КС и самокорректирующихся КС. См. [2: гл. 2, §4]. (Лекция 10 — 19.IV)
12. Построение тестов для КС с учётом их структуры. Тест логарифмической длины для единичного размыкания схемы Кардо. См. [4: ч. IV, §7]. (Лекция 11 — 26.IV)
13. Полный диагностический тест для контактных схем. См. [7: с. 132–134]. (Лекция 12 — 3.V)
14. Константная верхняя оценка длины единичного проверяющего теста при моделировании ФАЛ двухполюсными контактными схемами с фиксированной входной избыточностью. См. [8: лемма 1, теорема 4]. (Лекция 13 — 10.V)

## 4. Типовые задачи к экзамену

### I. Задачи на асимптотически наилучшие методы синтеза

1. Построение оптимальных по значениям различных функционалов сложности схем заданного ранга. (Семинар 1 — 2.III)
2. Получение верхних оценок числа схем из заданного класса и установление нижних мощностных оценок соответствующих функций Шеннона. (Семинар 2 — 9.III)
3. Нахождение обобщённого разложения заданной ФАЛ. (Семинар 3 — 23.III)
4. Построение универсальных множеств ФАЛ. (Семинар 3 — 23.III)
5. Построение регулярных разбиений единичного куба, моделирующих заданные системы ФАЛ. (Семинар 3 — 23.III)
6. Синтез схем и верхние оценки функций Шеннона. (Семинар 4 — 30.III)

### II. Задачи на тему надёжности и контроля управляющих систем

1. Задача на надёжность и самокоррекцию СФЭ. (Семинар 5 — 20.IV)
2. Задача на сложность некоторых ФАЛ в классе КС и классе самокорректирующихся КС. (Семинар 5 — 20.IV)
3. Задача на построение тестов для КС. (Семинар 6 — 11.V)

## 5. Литература

### Основная:

1. Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики. — М.: МГУ, 2004. (Электронные версии лекций последних лет можно найти по адресу [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы\\_кибернетики\\_\(2-й\\_поток,\\_3\\_курс\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(2-й_поток,_3_курс))).
2. Ложкин С. А. Элементы теории синтеза и надёжности дискретных управляющих систем. — М., МГУ, 2021. (Электронная версия [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы\\_теории\\_синтеза\\_и\\_надёжности\\_дискретных\\_управляющих\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы_теории_синтеза_и_надёжности_дискретных_управляющих_систем)).
3. Ложкин С. А. Дополнительные главы кибернетики и теории управляющих систем. (Электронные версии последних лет можно найти по адресу [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Дополнительные\\_главы\\_кибернетики\\_и\\_теории\\_управляющих\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Дополнительные_главы_кибернетики_и_теории_управляющих_систем)).
4. Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. — М.: Высшая школа, 2007.
5. Алексеев В. Б., Вороненко А. А., Ложкин С. А., Романов Д. С., Сапоженко А. А., Селезнёва С. Н. Задачи по курсу «Основы кибернетики». — М.: МГУ, 2011.
6. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
7. Редькин Н. П. Надёжность и диагностика схем. — М.: Изд-во МГУ, 1992. 192 с.

### Дополнительная:

8. Романов Д. С., Романова Е. Ю. О единичных проверяющих тестах для схем переключательного типа // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физ-матем. науки. 2015, № 1. С. 5–23.
9. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. — М.: Наука, 1974.
10. Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. — М.: МГУ, 1984.
11. Нигматулин Р. Г. Сложность булевых функций. — М.: Наука, 1991.

## 6. Особенности организации и контроля аудиторной и самостоятельной работы студентов

Данный курс является достаточно сложным и объёмным математическим курсом, усвоение которого требует от студентов полноценной и регулярной как аудиторной, так и самостоятельной работы, что невозможно без чёткой организации занятий, строгой дисциплины и систематического контроля. При этом предполагается, что в рамках самостоятельной работы<sup>1</sup> студенты не только прорабатывают пройденный материал, но и знакомятся с *материалом предстоящей лекции или семинара*.

Лекции по вопросам 1–11, которые были записаны в 2021 г. и выложены по адресу <https://m.cs.msu.ru/s/mnF2q5N3t4qrGHA>, необходимо просматривать в соответствии с расписанием, а также графиком прохождения материала (см. раздел 3). Кроме того по этой же ссылке доступны слайды прочитанных лекций. Семинарские занятия будут проводиться очно согласно расписанию и указанному выше графику. На каждом семинаре или сразу же после него, а также на проводимых по расписанию семинарских занятий, но по другой неделе, консультациях, планируется давать ответы на вопросы по предшествующим лекциям.

Для контроля за освоением программы курса, как уже говорилось, в течение семестра планируется провести 2 основных (до 2 часов) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных) на знание и понимание определений, формулировок утверждений и т. п., а также на умение решать задачи. Форма и график проведения контрольных будут уточняться по ходу семестра. Предварительно 1 и 2 основные контрольные запланированы на 13 апреля и 18 мая.

Одной из форм самостоятельной работы является решение предлагаемых на занятиях «трудных» задач<sup>2</sup>, которое позволяет студентам глубже усвоить материал курса и набрать дополнительные к результатам контрольных баллы, повысив, тем самым, свою предварительную оценку (см. раздел 7).

Информационные объявления, данные о посещаемости и текущей успеваемости студентов публикуются на сайте по адресу: [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы\\_теории\\_дискретных\\_управляющих\\_систем](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Элементы_теории_дискретных_управляющих_систем)

## 7. О проведении экзамена по курсу «Элементы теории дискретных управляющих систем»

Как уже говорилось, по результатам контрольных работ с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы каждому из них выставляется предварительная оценка (оценки).

В случае проведения экзамена в «обычном» виде для студентов, имеющих предварительную оценку «5», он проходит в форме общего собеседования по программе курса на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, методы решения задач. Для студентов, имеющих предварительную оценку «2», экзамен представляет собой письменный тест-контрольную.

Все остальные студенты (с предварительной оценкой «3-», «3» и «4») получают билет с двумя вопросами и одной задачей и после 15–20 минутной подготовки отвечают на него сначала на уровне определений, формулировок утверждений и идей их доказательства, а также методов решения задач. Затем студент, по усмотрению экзаменатора, должен раскрыть те или иные детали доказательства утверждений из вопросов билета по конспектам или иным источникам, а также полностью или частично решить задачу билета в течение выделенного специально для этого времени. Студенты, набравшие не менее 80% от суммы баллов по задачам тестов и контрольных соответствующего раздела, то есть получившие по ним оценку «5», от решения билетной задачи данного типа освобождаются. Последний этап экзамена представляет собой описанное выше общее собеседование по другим вопросам или задачам программы.

<sup>1</sup> 1 час самостоятельной работы на 1 час аудиторных занятий.

<sup>2</sup> Решения этих задач, оформленные в виде pdf файла, необходимо присылать по адресу [lozhkin@cs.msu.ru](mailto:lozhkin@cs.msu.ru) (принимается первое и полное правильное решение).

В соответствии с установленными нормами итоговая экзаменационная оценка, как правило, не может отличаться от предварительной оценки больше, чем на один балл. Студенту, который имеет предварительную оценку «3» или «4» и не претендует на более высокую итоговую оценку, предоставляется возможность сдавать экзамен по упрощённой процедуре (в форме собеседования по программе без предварительной подготовки) с целью подтверждения этой оценки.

В случае проведения экзамена в дистанционном формате предварительная оценка (оценки) будут учитываться другим способом, о котором своевременно будет дана соответствующая информация.