

# Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы  
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

## Блок 40

Моделирование машин Тьюринга  
хорновскими логическими программами

Лектор:  
**Подымов Владислав Васильевич**  
E-mail:  
**valdus@yandex.ru**

ВМК МГУ, 2023/2024, осенний семестр

Чтобы показать, насколько широки вычислительные возможности ХЛП, опишем способ преобразования МТ  $M = (\mathcal{A}, \Lambda, \mathcal{Q}, q_0, q_f, \pi)$  в ХЛП  $\mathcal{P}_M$ , особым образом воспроизводящую вычисления  $M$

Символы из  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$  будем использовать в ХЛП в качестве констант

Ленточному слову  $w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k$  сопоставим список  $\tau_w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k \mathbf{.nil}$

$w^-$  — так будем записывать **зеркальный образ** слова  $w$ : если  $w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k$ , то  $w^- = \mathbf{a}_k \dots \mathbf{a}_1$

Конфигурации  $\sigma = (\alpha, \mathbf{q}, \beta)$  МТ сопоставим список из трёх элементов  $\tau_\sigma = (\tau_{\alpha^-}) \mathbf{.q.} (\tau_\beta) \mathbf{.nil}$

**Например**, если  $\sigma = (001, \mathbf{q}, 110)$ , то  $\tau_\sigma = (1.0.0 \mathbf{.nil}) \mathbf{.q.} (1.1.0 \mathbf{.nil}) \mathbf{.nil}$

В программе будем использовать только один предикатный символ  $p$ , вкладывая в него такой смысл:  $p(\tau_\sigma) = \langle \sigma \text{ — текущая конфигурация МТ } M \rangle$

Каждой команде  $C$  МТ сопоставим два правила ХЛП  $\mathcal{R}_C, \mathcal{S}_C$ :

▶ Если  $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, R, \mathbf{p})$ , то

$$\mathcal{R}_C = \text{p}(\mathbf{A}.\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{X}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{b}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{X}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

$$\mathcal{S}_C = \text{p}(\mathbf{A}.\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{b}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{A}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil});$$

Напоминание:

$$(\alpha, \mathbf{q}, \mathbf{a}\mathbf{x}\beta) \rightarrow_C (\alpha\mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{x}\beta)$$

$$(\alpha, \mathbf{q}, \mathbf{a}) \rightarrow_C (\alpha\mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{A})$$

▶ Если  $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, L, \mathbf{p})$ , то

$$\mathcal{R}_C = \text{p}((\mathbf{Y}.\mathbf{X}.\mathbf{A}).\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{X}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{Y}.\mathbf{b}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

$$\mathcal{S}_C = \text{p}((\mathbf{Y}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{A}.\mathbf{nil}).\mathbf{p}.\mathbf{Y}.\mathbf{b}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

Напоминание:

$$(\alpha\mathbf{x}\mathbf{y}, \mathbf{q}, \mathbf{a}\beta) \rightarrow_C (\alpha\mathbf{x}, \mathbf{p}, \mathbf{y}\mathbf{b}\beta)$$

$$(\mathbf{y}, \mathbf{q}, \mathbf{a}\beta) \rightarrow_C (\mathbf{A}, \mathbf{p}, \mathbf{y}\mathbf{b}\beta)$$

**Лемма 1.** Для любых конфигурации  $\sigma$ , запроса  $\mathcal{Q}$  и команды  $C$  верно:

$$?_{\text{p}}(\tau_{\sigma}) \xrightarrow{\mathcal{R}_C} \mathcal{Q} \text{ или } ?_{\text{p}}(\tau_{\sigma}) \xrightarrow{\mathcal{S}_C} \mathcal{Q} \Leftrightarrow$$

существует конфигурация  $\sigma'$ , такая что  $\mathcal{Q} = ?_{\text{p}}(\tau_{\sigma'})$  и  $\sigma \rightarrow_C \sigma'$

**Доказательство.** Очевидно? (С учётом напоминаний)

Машине Тьюринга  $M$  с программой  $\pi$  сопоставим ХЛП  $\mathcal{P}_M$ , состоящую из правил  $\mathcal{R}_C$  и  $\mathcal{S}_C$  для всех  $C \in \pi$  в любом порядке

**Например,** если  $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$ , где

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f), \\ \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) &= (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), \end{aligned}$$

то программа  $\mathcal{P}_M$  содержит 8 правил:

$$\begin{aligned} p((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}); \\ p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}); \\ p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \end{aligned}$$

$Q_1 \rightarrow_{\mathcal{P}} Q_2$  — так будем обозначать тот факт, что хотя бы для одного правила  $\mathcal{R}$  ХЛП  $\mathcal{P}$  верно  $Q_1 \xrightarrow{\mathcal{R}} Q_2$

**Лемма 2.** Для любых МТ  $M$ , её конфигурации  $\sigma$  и запроса  $Q$  верно:

$$?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{P}_M} Q \Leftrightarrow$$

существует конфигурация  $\sigma'$ , такая что  $Q = ?p(\sigma')$  и  $\sigma \rightarrow_M \sigma'$

Доказательство

$$?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{P}_M} Q$$

$\Leftrightarrow$  (по устройству  $\mathcal{P}_M$ )

$\exists$  команда  $C$  МТ  $M$ , такая что  $?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{R}_C} Q$  или  $?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{S_C} Q$

$\Leftrightarrow$  (по лемме 1)

$\exists$  команда  $C$  МТ  $M$  и конфигурация  $\sigma'$ , такая что  $Q = ?p(\tau_{\sigma'})$  и  $\sigma \rightarrow_C \sigma'$

$\Leftrightarrow$  (по определению  $\rightarrow_M$ )

$\exists$  конфигурация  $\sigma'$ , такая что  $Q = ?p(\tau_{\sigma'})$  и  $\sigma \rightarrow_M \sigma'$  ▼

## Теорема (о моделировании машин Тьюринга хорновскими ЛП).

Для любых МТ  $M$  и конфигурации  $\sigma$  последовательность запросов

$$?p(\tau_\sigma), ?p(t_1), ?p(t_2), \dots$$

является вычислением ХЛП  $\mathcal{P}_M$  тогда и только тогда, когда существуют конфигурации  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ , такие что

- ▶  $t_1 = \tau_{\sigma_1}, t_2 = \tau_{\sigma_2}, \dots$  и
- ▶  $\sigma \rightarrow_M \sigma_1 \rightarrow_M \sigma_2 \rightarrow_M \dots$

Доказательство. Следует из леммы 2

Вычисление ХЛП, порождённое запросом  $\mathcal{Q}$ , будем для краткости называть **вычислением на запросе  $\mathcal{Q}$**

Вычисление ХЛП назовём **непродолжаемым**, если оно успешное, тупиковое или бесконечное

**Следствие.** Для любой МТ  $M$  и любой её конфигурации  $\sigma$  существует ровно одно непродолжаемое вычисление программы  $\mathcal{P}_M$  на  $?p(\tau_\sigma)$

**Пример:**  $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$ , где

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f), \\ \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) &= (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_M : \quad 1 : & \text{p}((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 2 : & \text{p}((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 3 : & \text{p}(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}); \\ 4 : & \text{p}(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \\ 5 : & \text{p}(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}); \\ 6 : & \text{p}(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \\ 7 : & \text{p}((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 8 : & \text{p}((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow \text{p}((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \end{aligned}$$

Вычисление  $M$  на слове 1:

$$(\mathbf{0}, \mathbf{q}_0, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{01}, \mathbf{q}_0, \mathbf{0}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{000}) \rightarrow_M (\mathbf{00}, \mathbf{q}_f, \mathbf{00})$$

Соответствующее непродолжаемое вычисление  $\mathcal{P}_M$ :

$$\begin{aligned} & \text{p}((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{3} \text{p}((\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{1} \\ & \text{p}((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{8} \text{p}((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{5} \\ & \text{p}((\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \end{aligned}$$

$\mathcal{P}_M^1$  так обозначим ХЛП, получающуюся из  $\mathcal{P}_M$  добавлением факта  $p(X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil})$ ; , где  $\mathbf{q}_f$  — заключительное состояние МТ  $M$

$\mathcal{Q}_1 \rightarrow_{\mathcal{P}}^* \mathcal{Q}_2$  — так обозначим тот факт, что существует вычисление  $\mathcal{P}$  на  $\mathcal{Q}_1$ , оканчивающееся запросом  $\mathcal{Q}_2$  (то есть  $\rightarrow_{\mathcal{P}}^*$  — рефлексивно-транзитивное замыкание отношения  $\rightarrow_{\mathcal{P}}$ )

**Следствие.** Для любой МТ  $M = (\mathcal{A}, \Lambda, \mathcal{Q}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$  и любого ленточного слова  $w$  верно следующее:

вычисление  $M$  на  $w$  конечно  $\Leftrightarrow ?p(\tau(\Lambda, \mathbf{q}_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}^1}^* \square$

**Доказательство.**

Вычисление  $M$  на  $w$  конечно

$\Leftrightarrow$  (по последней теореме)

$\exists$  ленточные слова  $w_1, w_2$ , такие что  $?p(\tau(\Lambda, \mathbf{q}_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M}^* ?p(\tau(w_1, \mathbf{q}_f, w_2))$

$\Leftrightarrow$  (т.к.  $p(\tau(u, q, v))$  унифицируемо с  $p(X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}) \Leftrightarrow q = \mathbf{q}_f$ )

$\exists$  ленточные слова  $w_1, w_2$ , такие что

$?p(\tau(\Lambda, \mathbf{q}_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M^1}^* ?p(\tau(w_1, \mathbf{q}_f, w_2)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M^1} \square \blacktriangledown$



$\mathcal{P}_M^2$  — так для МТ  $M$  с программой  $\pi$  и заключительным состоянием  $\mathbf{q}_f$  обозначим ХЛП, состоящую из следующих правил  $\mathcal{R}_C^2$  и  $\mathcal{S}_C^2$  для  $C \in \pi$  и одного факта  $\mathcal{F}$  в любом порядке:

▶ Если  $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, R, \mathbf{p})$ , то

$$\mathcal{R}_C^2 = \text{p}((\mathbf{b}.A).\mathbf{p}.(X.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}(A.\mathbf{q}.\mathbf{a}.X.B).\mathbf{nil}, Z);$$

$$\mathcal{S}_C^2 = \text{p}((\mathbf{b}.A).\mathbf{p}.(A.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}(A.\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z);$$

▶ Если  $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, L, \mathbf{p})$ , то

$$\mathcal{R}_C^2 = \text{p}((X.A).\mathbf{p}.(Y.\mathbf{b}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}((Y.X.A).\mathbf{q}.\mathbf{a}.B).\mathbf{nil}, Z);$$

$$\mathcal{S}_C^2 = \text{p}((A.\mathbf{nil}).\mathbf{p}.(Y.\mathbf{b}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}(Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}.\mathbf{a}.B).\mathbf{nil}, Z);$$

▶  $\mathcal{F} = \text{p}(X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}, X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil});$

$\mathcal{P}_M^2$  отличается от  $\mathcal{P}_M^1$  только вторым аргументом  $\mathbf{p}$ , изменяющимся только при применении  $\mathcal{F}$  унификацией с первым аргументом (списком, представляющим заключительную конфигурацию  $M$ )

**Следствие.** Вычисление МТ  $M = (\mathcal{A}, \Lambda, \mathcal{Q}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$  на  $w$  конечно и оканчивается конфигурацией  $\sigma \Leftrightarrow$  программа  $\mathcal{P}_M^2$  имеет единственное непродолжаемое вычисление на  $?\text{p}(\tau_{(\Lambda, \mathbf{q}_0, w\Lambda)}, X)$ , и это успешное вычисление с результатом  $\{X/\tau_\sigma\}$

**Пример:**  $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$ , где

$$\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) = (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), \quad \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) = (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f),$$

$$\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) = (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), \quad \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) = (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_M^2 : \quad & 1 : p((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 2 : p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 3 : p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 4 : p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z); \\ & 5 : p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 6 : p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z); \\ & 7 : p((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 8 : p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 9 : p(X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}, X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}) \end{aligned}$$

Вычисление  $M$  на слове 1:

$$(\mathbf{0}, \mathbf{q}_0, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{01}, \mathbf{q}_0, \mathbf{0}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{000}) \rightarrow_M (\mathbf{00}, \mathbf{q}_f, \mathbf{00})$$

Соответствующее непродолжаемое вычисление  $\mathcal{P}_M$ :

$$\begin{aligned} & p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \xrightarrow{3} p((\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \xrightarrow{1} \\ & p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \xrightarrow{8} p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \xrightarrow{5} \\ & p((\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \xrightarrow{9, \{Z/(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, \dots\}} \square \end{aligned}$$

Таким образом, ХЛП умеют

- ▶ пошагово воспроизводить вычисления произвольных МТ и
- ▶ вычислять всё то, что умеют вычислять МТ

То есть ХЛП являются **алгоритмически полными**: с их помощью можно решить любую задачу, имеющую хоть какое-нибудь алгоритмическое решение

Оборотная сторона такой выразительности языка — это то, что анализ поведения ХЛП настолько же труден, насколько и для МТ