

Список вопросов к экзамену по курсу «Дополнительные главы дискретной математики и кибернетики»

Конечные автоматы и машины Тьюринга

1. Конечные автоматы-распознаватели. Правоинвариантные отношения эквивалентности. Связь правоинвариантных отношений эквивалентности с конечно-автоматными множествами.
2. Замкнутость класса конечно-автоматных множеств относительно теоретико-множественных операций. Недетерминированные автоматы, процедура детерминизации.
3. Операции произведения и итерации. Замкнутость класса конечно-автоматных множеств относительно операций произведения и итерации.
4. Регулярные выражения и регулярные множества. Теорема Клини.
5. Детерминированные функции. Конечные автоматы-преобразователи. Истинностные функции, единичная задержка. Векторная и скалярная формы канонических уравнений.
6. Операции суперпозиции. Операция введения обратной связи (только для конечно-автоматных функций). Замкнутость класса конечно-автоматных функций относительно этих операций.
7. Конечная полная система в классе конечно-автоматных функций. Полная система из одной функции.
8. Частичные функции. Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Операции композиции и итерации над машинами Тьюринга.
9. Моделирование машин Тьюринга (для этапов «растяжения» и «сжатия» только идея работы машины).
10. Механизм дорожек. Вычислимость селекторных функций (идея работы машины), $0, x + 1$.

Вычислимые и рекурсивные функции, классы сложности

11. Универсальные функции. Существование универсальной машины Тьюринга. Неразрешимость проблемы останова.
12. Операция суперпозиции над частичными функциями. Замкнутость класса вычислимых функций относительно операции суперпозиции.
13. Операция примитивной рекурсии и минимизации над частичными функциями. Замкнутость класса вычислимых функций относительно примитивной рекурсии и минимизации.
14. Классы примитивно рекурсивных и частично рекурсивных функций. Операция разбора случаев по предикатам, выражение целой части от деления. Нумерационные функции.
15. Частичная рекурсивность вычислимых функций. Формула Клини.
16. Полиномиально вычислимые функции, класс P. Полиномиальная сводимость. Недетерминированная машина Тьюринга и класс NP.
17. Альтернативное определение класса NP, его эквивалентность основному. Примеры задач из NP.
18. NP-полнота. Теорема Кука. Общая схема и первая часть доказательства: кодирование с помощью переменных, условие корректности конфигураций.
19. NP-полнота. Теорема Кука. Общая схема и вторая часть доказательства: кодирование с помощью переменных (кратко), условия начальной, заключительной конфигурации и перехода.
20. NP-полнота задачи 3-ВЫП. Полиномиальная разрешимость задачи 2-ВЫП.

Сложность структурной реализации функций алгебры логики из некоторых классов

21. Задача синтеза схем для функций из специального класса. Мощностные нижние оценки функции Шеннона для их сложности в случае невырожденного и ненулевого класса.
22. Квазиинвариантные классы. Асимптотически наилучший метод синтеза схем для ненулевых квазиинвариантных классов.
23. Общее описание принципа локального кодирования. Его применение для получения асимптотики функции Шеннона класса самодвойственных функций.
24. Задача синтеза схем для не всюду определённых функций. Особенности получения нижней мощностной оценки соответствующей функции Шеннона.
25. Асимптотически наилучший метод синтеза схем для не всюду определённых функций в случае их «сильной» определённости.
26. π -схемы. Лемма о цепях и сечениях. Теорема Храпченко.
27. Оценки сложности линейной функции в классе π -схем.
28. Метод забивающих констант и его применение для получения нижней оценки сложности функции μ_n .
29. Точная оценка сложности линейной функции в классе схем из функциональных элементов.
30. Схемная и алгоритмическая сложность функций. Построение сложно реализуемых функций и гипотеза С. В. Яблонского. Теорема Дж. Сэвиджа.

Информация об экзамене по курсу «Дополнительные главы дискретной математики и кибернетики»

Экзамен проводится устно. Студент получает **билет** с двумя **теоретическими вопросами** (определения, формулировки, доказательства) и темой **задачи** из разных разделов курса. Ответ на теоретические вопросы заслушивается почти без подготовки (до 5–10 минут на усмотрение экзаменатора). На решение задачи даётся до 15 минут. После решения задачи проводится **опрос по курсу** (определения, формулировки, простые задачи).

По результатам контрольных работ каждый студент получает предварительную оценку (5, 4, 3 или 2). Она вычисляется как среднее арифметическое оценок по трём контрольным работам с округлением вниз (за исключением одного случая: две пятёрки и одна четвёрка округляются до пятёрки).

1. **Предварительная пятёрка** даёт возможность **получить оценку «хорошо»** без сдачи экзамена. **В случае сдачи экзамена** студент **освобождается от задачи** и получает **+1 балл** к итоговой оценке за экзамен.
2. **Предварительная четвёрка или тройка** даёт возможность **получить эту оценку** без сдачи экзамена. **В случае сдачи экзамена** студент **освобождается от задачи**.
3. В случае **предварительной двойки** необходимо **сдавать экзамен в полной форме**.

Обратите внимание!

- Личное присутствие на экзамене обязательно для всех студентов, включая тех, кто только проставляет оценку. Личное отсутствие на экзамене без уважительной причины влечёт выставление неявки.
- Использование конспектов или других материалов во время экзамена не допускается.
- В случае сдачи экзамена студент может получить любую оценку (от «неудовлетворительно» до «отлично») независимо от результатов контрольных. Если студент имеет +1 балл, то окончательная оценка не может оказаться ниже «удовлетворительно».

Типы экзаменационных задач

Конечные автоматы и машины Тьюринга

1. Построить диаграмму Мура конечного автомата-распознавателя, распознающего заданное множество.
2. Построить правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, объединением классов эквивалентности которого является данное множество.
3. Используя правоинвариантные отношения эквивалентности, доказать, что заданное множество не является конечно-автоматным.
4. Построить недетерминированный конечный автомат для произведения или итерации данных множеств.
5. Построить регулярное выражение, определяющее заданное множество.
6. Построить машину Тьюринга, вычисляющую заданную функцию или выполняющую заданное преобразование.

Вычислимые и рекурсивные функции, классы сложности

7. Доказать примитивную рекурсивность заданной функции.
8. Применить операцию минимизации к заданной (частичной) функции.
9. Доказать частичную рекурсивность заданной функции.
10. Построить машину Тьюринга и оценить время её работы; доказать принадлежность к классу P заданного множества или задачи.
11. Доказать принадлежность к классу NP заданного множества или задачи.
12. Провести полиномиальное сведение заданной КНФ к 3-КНФ, сохраняющее выполнимость.
13. Применить полиномиальный алгоритм проверки выполнимости к заданной 2-КНФ.

Сложность реализации функций алгебры логики

14. Найти асимптотически точную оценку функции Шеннона сложности реализации ФАЛ из квазиинвариантного класса или из класса, который можно погрузить в квазиинвариантный класс.
15. Найти асимптотически точную оценку функции Шеннона сложности реализации ФАЛ с использованием идей локального кодирования или не всюду определённых ФАЛ.
16. Используя теорему Храпченко, получить требуемую нижнюю оценку сложности реализации заданной ФАЛ в классе π -схем.
17. Используя метод забивающих констант, получить требуемую нижнюю оценку сложности реализации заданной ФАЛ в классе СФЭ.