Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

Блок 42

Задача консенсуса

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, февраль–май

Задача консенсуса — это задача принятия решения, в которой во всех исправных узлах принимаются одинаковые решения (достигается консенсус)

Далее будем предполагать, что задача консенсуса устроена так

Каждый узел p имеет входную переменную $\mathfrak{i}_p$, доступную только для чтения и хранящую одно из решений

Начальное состояние узла p однозначно задаётся значением $\mathfrak{i}_p$

Каждый узел p содержит выходную переменную $\mathfrak{o}_p$ с начальным значением $\perp$, которой можно присвоить значение не более одного раза в вычислении, и только одно из решений

Принятием решения v в узле p будем называть выполнение присваивания $\mathfrak{o}_p := v$;

Требование конечности вычислений алгоритма ослабим с учётом справедливости

Несправедливым объявляется бесконечное вычисление, в котором хотя бы один исправный узел, начиная с некоторого момента времени, всегда может выполнить действие, но никогда не выполняет ни одного действия

Остальные вычисления объявляются справедливыми

Конечными должны быть по крайней мере все справедливые вычисления (а несправедливые могут быть и бесконечными)

Алгоритмом консенсуса (решением задачи консенсуса), устойчивым к заданному виду отказов $\mathfrak{F}$, будем называть распределённый алгоритм, обладающий следующими свойствами:

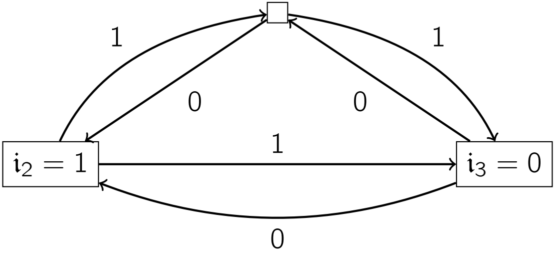
1. **Завершаемость**
   В условиях отказов $\mathfrak{F}$ все справедливые вычисления конечны

2. **Единогласие**
   Все исправные узлы p по завершении вычисления принимают одно и то же решение

3. **Невырожденность**
   Если исправные узлы принимают решение v, то существует исправный узел p со значением $\mathbf{i}_p = v$

Небольшой пример, иллюстрирующий трудность достижения консенсуса

Представим себе клику из трёх узлов (изображена ниже), в которой один из узлов (верхний) — византийский



Какому из узлов 2, 3 следует «поддаться на уговоры» и принять решение, не совпадающее с его входным значением?

Если из определения алгоритма консенсуса удалить хотя бы одно из трёх свойств, то можно придумать достаточно простой и «весьма бесполезный» решающий алгоритм

Д.з. 1. Предложите распределённые алгоритмы с асинхронным обменом сообщениями, устойчивые к выходу из строя не более чем одного узла и обладающие следующими свойствами для множества решений $\{0, 1\}$:

1. Завершаемость и единогласие
2. Завершаемость и невырожденность
3. Единогласие и невырожденность

Но если оставить всех три свойства, то задача, увы, становится нерешаемой даже для простых видов отказов

Теорема (Д.з. 2, трудная). Не существует алгоритма консенсуса с асинхронным обменом сообщениями для множества решений $\{0, 1\}$, устойчивого к выходу из строя не более чем одного узла

На практике для решения задачи консенсуса используются «ослабленные» ограничения, обеспечивающие наличие «разумного» решения — например:

- Ослабленная модель отказа
  Например, существуют алгоритмы консенсуса, устойчивые относительно изначально бездействующих узлов
- Рандомизация
  Например, даже для «более сильных» византийских отказов существуют алгоритмы, в которых можно достигать консенсуса с вероятностью, стремящейся к 1
- Слабая завершаемость
  Например, существуют алгоритмы косенсуса для византийских отказов, которые не завершаются только в некоторых «очень плохих» случаях
- Синхронность
  Например, существуют алгоритмы консенсуса с синхронным обменом сообщениями для византийских отказов