

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 39

Моделирование машин Тьюринга
хорновскими логическими программами

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, сентябрь–декабрь

Чтобы показать, насколько широки вычислительные возможности ХЛП, опишем способ преобразования МТ $M = (\mathcal{A}, \Lambda, \mathcal{Q}, q_0, q_f, \pi)$ в ХЛП $\mathcal{P}_M$, особым образом воспроизводящую вычисления M

Символы из $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ будем использовать в ХЛП в качестве констант

Ленточному слову $w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k$ сопоставим список $\tau_w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k.\mathbf{nil}$

w^- — так будем записывать **зеркальный образ** слова w : если $w = \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_k$, то $w^- = \mathbf{a}_k \dots \mathbf{a}_1$

Конфигурации $\sigma = (\alpha, \mathbf{q}, \beta)$ МТ сопоставим список из трёх элементов $\tau_\sigma = (\tau_{\alpha^-}).\mathbf{q}.(\tau_\beta).\mathbf{nil}$

Например, если $\sigma = (001, \mathbf{q}, 110)$, то $\tau_\sigma = (1.0.0.\mathbf{nil}).\mathbf{q}.(1.1.0.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}$

В программе будем использовать только один предикатный символ p , вкладывая в него такой смысл: $p(\tau_\sigma) = \langle \sigma \text{ — текущая конфигурация МТ } M \rangle$

Каждой команде C МТ сопоставим два правила ХЛП $\mathcal{R}_C, \mathcal{S}_C$:

► Если $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, R, \mathbf{p})$, то

$$\mathcal{R}_C = \text{p}(\mathbf{A}.\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{X}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{b}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{X}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

$$\mathcal{S}_C = \text{p}(\mathbf{A}.\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{b}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{A}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil});$$

Напоминание:

$$(\alpha, \mathbf{q}, \mathbf{a} \times \beta) \rightarrow_C (\alpha \mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{x} \beta)$$

$$(\alpha, \mathbf{q}, \mathbf{a}) \rightarrow_C (\alpha \mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{A})$$

► Если $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, L, \mathbf{p})$, то

$$\mathcal{R}_C = \text{p}((\mathbf{Y}.\mathbf{X}.\mathbf{A}).\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{X}.\mathbf{A}).\mathbf{p}.\mathbf{Y}.\mathbf{b}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

$$\mathcal{S}_C = \text{p}((\mathbf{Y}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}.\mathbf{a}.\mathbf{B}).\mathbf{nil} \leftarrow \text{p}((\mathbf{A}.\mathbf{nil}).\mathbf{p}.\mathbf{Y}.\mathbf{b}.\mathbf{B}).\mathbf{nil});$$

Напоминание:

$$(\alpha \mathbf{x} \mathbf{y}, \mathbf{q}, \mathbf{a} \beta) \rightarrow_C (\alpha \mathbf{x}, \mathbf{p}, \mathbf{y} \mathbf{b} \beta)$$

$$(\mathbf{y}, \mathbf{q}, \mathbf{a} \beta) \rightarrow_C (\mathbf{A}, \mathbf{p}, \mathbf{y} \mathbf{b} \beta)$$

Лемма 1. Для любых конфигурации σ , запроса $\mathcal{Q}$ и команды C верно:

$$?p(\tau_\sigma) \xrightarrow{\mathcal{R}_C} \mathcal{Q} \text{ или } ?p(\tau_\sigma) \xrightarrow{\mathcal{S}_C} \mathcal{Q} \Leftrightarrow$$

существует конфигурация σ' , такая что $\mathcal{Q} = ?p(\tau_{\sigma'})$ и $\sigma \rightarrow_C \sigma'$

Доказательство. Очевидно? (С учётом напоминаний)

Машине Тьюринга M с программой π сопоставим ХЛП $\mathcal{P}_M$, состоящую из правил $\mathcal{R}_C$ и $\mathcal{S}_C$ для всех $C \in \pi$ в любом порядке

Например, если $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$, где

$$\begin{aligned}\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f), \\ \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) &= (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1),\end{aligned}$$

то программа $\mathcal{P}_M$ содержит 8 правил:

$$\begin{aligned}p((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}); \\ p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}); \\ p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) &\leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil});\end{aligned}$$

$\mathcal{Q}_1 \rightarrow_{\mathcal{P}} \mathcal{Q}_2$ — так будем обозначать тот факт, что хотя бы для одного правила $\mathcal{R}$ ХЛП $\mathcal{P}$ верно $\mathcal{Q}_1 \xrightarrow{\mathcal{R}} \mathcal{Q}_2$

Лемма 2. Для любых МТ M , её конфигурации σ и запроса $\mathcal{Q}$ верно:

$$?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{P}_M} \mathcal{Q} \Leftrightarrow$$

существует конфигурация σ' , такая что $\mathcal{Q} = ?p(\sigma')$ и $\sigma \rightarrow_M \sigma'$

Доказательство

$$?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{P}_M} \mathcal{Q}$$

$$\Leftrightarrow (\text{по устройству } \mathcal{P}_M)$$

$$\exists \text{ команда } C \text{ МТ } M, \text{ такая что } ?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{\mathcal{R}_C} \mathcal{Q} \text{ или } ?p(\tau_{\sigma}) \rightarrow_{S_C} \mathcal{Q}$$

$$\Leftrightarrow (\text{по лемме 1})$$

$$\exists \text{ команда } C \text{ МТ } M \text{ и конфигурация } \sigma', \text{ такая что } \mathcal{Q} = ?p(\tau_{\sigma'}) \text{ и } \sigma \rightarrow_C \sigma'$$

$$\Leftrightarrow (\text{по определению } \rightarrow_M)$$

$$\exists \text{ конфигурация } \sigma', \text{ такая что } \mathcal{Q} = ?p(\tau_{\sigma'}) \text{ и } \sigma \rightarrow_M \sigma' \quad \blacktriangledown$$

Теорема (о моделировании машин Тьюринга хорновскими ЛП).

Для любых МТ M и конфигурации σ последовательность запросов

$$?p(\tau_\sigma), ?p(t_1), ?p(t_2), \dots$$

является вычислением ХЛП $\mathcal{P}_M$ тогда и только тогда, когда существуют конфигурации $\sigma_1, \sigma_2, \dots$, такие что

- ▶ $t_1 = \tau_{\sigma_1}, t_2 = \tau_{\sigma_2}, \dots$ и
- ▶ $\sigma \rightarrow_M \sigma_1 \rightarrow_M \sigma_2 \rightarrow_M \dots$

Доказательство. Следует из леммы 2

Вычисление ХЛП, порождённое запросом Q , будем для краткости называть **вычислением на запросе Q**

Вычисление ХЛП назовём **непродолжаемым**, если оно успешное, тупиковое или бесконечное

Следствие. Для любой МТ M и любой её конфигурации σ существует ровно одно непродолжаемое вычисление программы $\mathcal{P}_M$ на $?p(\tau_\sigma)$

Пример: $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$, где

$$\begin{aligned}\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) &= (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f), \\ \pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) &= (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), & \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) &= (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_M : \quad 1 : \quad & p((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 2 : \quad & p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 3 : \quad & p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}); \\ 4 : \quad & p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \\ 5 : \quad & p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}); \\ 6 : \quad & p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}); \\ 7 : \quad & p((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}); \\ 8 : \quad & p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}) \leftarrow p((\Lambda.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil});\end{aligned}$$

Вычисление M на слове 1:

$$(\mathbf{0}, \mathbf{q}_0, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{01}, \mathbf{q}_0, \mathbf{0}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{000}) \rightarrow_M (\mathbf{00}, \mathbf{q}_f, \mathbf{00})$$

Соответствующее непродолжаемое вычисление $\mathcal{P}_M$:

$$\begin{aligned}& ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{3} ?p((\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{1} \\ & ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{8} ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}) \xrightarrow{5} \\ & ?p((\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil})\end{aligned}$$

$\mathcal{P}_M^1$ так обозначим ХЛП, получающуюся из $\mathcal{P}_M$ добавлением факта $p(X.q_f.Y.nil);$, где q_f — заключительное состояние МТ M

$Q_1 \rightarrow_{\mathcal{P}}^* Q_2$ — так обозначим тот факт, что существует вычисление $\mathcal{P}$ на Q_1 , оканчивающееся запросом Q_2 (то есть $\rightarrow_{\mathcal{P}}^*$ — рефлексивно-транзитивное замыкание отношения $\rightarrow_{\mathcal{P}}$)

Следствие. Для любой МТ $M = (\mathcal{A}, \Lambda, \mathcal{Q}, q_0, q_f, \pi)$ и любого ленточного слова w верно следующее:
 вычисление M на w конечно $\Leftrightarrow ?p(\tau(\Lambda, q_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}^1}^* \square$

Доказательство.

Вычисление M на w конечно

$\Leftrightarrow$ (по последней теореме)

$\exists$ ленточные слова w_1, w_2 , такие что $?p(\tau(\Lambda, q_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M}^* ?p(\tau(w_1, q_f, w_2))$

$\Leftrightarrow$ (т.к. $p(\tau(u, q, v))$ унифицируемо с $p(X.q_f.Y.nil) \Leftrightarrow q = q_f$)

$\exists$ ленточные слова w_1, w_2 , такие что

$?p(\tau(\Lambda, q_0, w\Lambda)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M^1}^* ?p(\tau(w_1, q_f, w_2)) \rightarrow_{\mathcal{P}_M^1} \square \blacktriangledown$

$\mathcal{P}_M^2$ — так для МТ M с программой π и заключительным состоянием $\mathbf{q}_f$ обозначим ХЛП, состоящую из следующих правил $\mathcal{R}_C^2$ и $\mathcal{S}_C^2$ для $C \in \pi$ и одного факта $\mathcal{F}$ в любом порядке:

► Если $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, R, \mathbf{p})$, то

$$\mathcal{R}_C^2 = \text{p}((\mathbf{b}.A).\mathbf{p}.(\mathbf{X}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}(A.\mathbf{q}.(\mathbf{a}.X.B).\mathbf{nil}, Z);$$

$$\mathcal{S}_C^2 = \text{p}((\mathbf{b}.A).\mathbf{p}.(\mathbf{\Lambda}.nil).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}(A.\mathbf{q}.(\mathbf{a}.nil).\mathbf{nil}, Z);$$

► Если $C = (\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{b}, L, \mathbf{p})$, то

$$\mathcal{R}_C^2 = \text{p}((X.A).\mathbf{p}.(\mathbf{Y}.b.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}((Y.X.A).\mathbf{q}.(\mathbf{a}.B).\mathbf{nil}, Z);$$

$$\mathcal{S}_C^2 = \text{p}((\mathbf{\Lambda}.nil).\mathbf{p}.(\mathbf{Y}.b.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow \text{p}((Y.nil).\mathbf{q}.(\mathbf{a}.B).\mathbf{nil}, Z);$$

► $\mathcal{F} = \text{p}(X.\mathbf{q}_f.Y.nil, X.\mathbf{q}_f.Y.nil);$

$\mathcal{P}_M^2$ отличается от $\mathcal{P}_M^1$ только вторым аргументом $\mathbf{p}$, изменяющимся только при применении $\mathcal{F}$ унификацией с первым аргументом (списком, представляющим заключительную конфигурацию M)

Следствие. Вычисление МТ $M = (\mathcal{A}, \mathbf{\Lambda}, \mathcal{Q}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$ на w конечно и оканчивается конфигурацией $\sigma \Leftrightarrow$ программа $\mathcal{P}_M^2$ имеет единственное непродолжаемое вычисление на $?\text{p}(\tau(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{q}_0, w\mathbf{\Lambda}), X)$, и это успешное вычисление с результатом $\{X/\tau_\sigma\}$

Пример: $M = (\{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}, \mathbf{0}, \{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_f\}, \mathbf{q}_0, \mathbf{q}_f, \pi)$, где

$$\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) = (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1), \quad \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{0}) = (\mathbf{0}, R, \mathbf{q}_f),$$

$$\pi(\mathbf{q}_0, \mathbf{1}) = (\mathbf{1}, R, \mathbf{q}_0), \quad \pi(\mathbf{q}_1, \mathbf{1}) = (\mathbf{0}, L, \mathbf{q}_1),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_M^2 : \quad & 1 : p((Y.X.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 2 : p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 3 : p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.X.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(X.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 4 : p(A.\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{1}.A).\mathbf{q}_0.(\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z); \\ & 5 : p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.X.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(X.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 6 : p(A.\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{0}.A).\mathbf{q}_f.(\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, Z); \\ & 7 : p((Y.X.A).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((X.A).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 8 : p((Y.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.B).\mathbf{nil}, Z) \leftarrow p((\mathbf{\Lambda}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(Y.\mathbf{0}.B).\mathbf{nil}, Z); \\ & 9 : p(X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}, X.\mathbf{q}_f.Y.\mathbf{nil}) \end{aligned}$$

Вычисление M на слове 1:

$$(\mathbf{0}, \mathbf{q}_0, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{01}, \mathbf{q}_0, \mathbf{0}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{10}) \rightarrow_M (\mathbf{0}, \mathbf{q}_1, \mathbf{000}) \rightarrow_M (\mathbf{00}, \mathbf{q}_f, \mathbf{00})$$

Соответствующее непродолжаемое вычисление $\mathcal{P}_M$:

$$\begin{aligned} & ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, X) \xrightarrow{3} ?p((\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_0.(\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, X) \xrightarrow{1} \\ & ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{1}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, X) \xrightarrow{8} ?p((\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_1.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, X) \xrightarrow{5} \\ & ?p((\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, X) \xrightarrow{9, \{X/(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{q}_f.(\mathbf{0}.\mathbf{0}.\mathbf{nil}).\mathbf{nil}, \dots\}} \square \end{aligned}$$

Таким образом, ХЛП умеют

- ▶ пошагово воспроизводить вычисления произвольных МТ и
- ▶ вычислять всё то, что умеют вычислять МТ

То есть ХЛП являются **алгоритмически полными**: с их помощью можно решить любую задачу, имеющую хоть какое-нибудь алгоритмическое решение

Оборотная сторона такой выразительности языка — это то, что анализ поведения ХЛП настолько же труден, насколько и для МТ