

Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

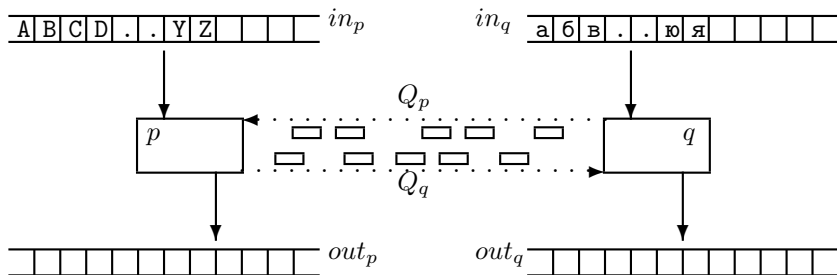
Блок 10

Безопасность
симметричного протокола раздвижного окна

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, февраль–май

Напоминание



Безопасность BSWP: в каждой достижимой конфигурации для каждого номера i верно $out_p[i] \in \{in_q[i], \perp\}$ и значение $out_q[i] \in \{in_p[i], \perp\}$

$$\forall x \in \mathfrak{R}(S) : \forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \in \{in_q[i], \perp\} \& out_q[i] \in \{in_p[i], \perp\}$$

Напоминание

- ▶ $\ell_p : \mathbb{N}_0 = 0$
- ▶ $r_p : \mathbb{N}_0 = 0$
- ▶ $in_p : ARR[\mathcal{T}]$
- ▶ $out_p : ARR[\mathcal{T}] = (\perp, \perp, \perp, \dots)$

Действие S_p : $\{\ell_p < r_p + c_p\}$

1. Выбрать $i \in \mathbb{N}_0$: $\ell_p \leq i < r_p + c_p$
2. $send(\mathbf{pack}, in_p[i], i)$

Действие R_p : $\{\text{очередь } Q_p \text{ не пуста}\}$

1. $receive(\mathbf{pack}, w, i)$
2. Если $out_p[i] = \perp$:
 - 2.1 $out_p[i] := w$;
 - 2.2 $\ell_p := \max(\ell_p, i - c_q + 1)$;
 - 2.3 $r_p := \min(j \mid out_p[j] = \perp)$;

Действие L_p : $\{\text{очередь } Q_p \text{ не пуста}\}$

1. $receive(\mathbf{pack}, w, i)$

Рассмотрим такую совокупность утверждений:

$$p^0: \forall i \in \{0, 1, \dots, r_p - 1\} : out_p[i] \neq \perp$$

$$p^1: \forall i \in \mathbb{N}_0 : (\mathbf{pack}, w, i) \in Q_p \Rightarrow w = in_q[i] \ \& \ (i < r_q + c_q)$$

$$p^2: \forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \neq \perp \Rightarrow out_p[i] = in_q[i] \ \& \ (\ell_p > i - c_q)$$

$$p^3: \ell_p \leq r_q$$

$$q^0: \forall i \in \{0, 1, \dots, r_q - 1\} : out_q[i] \neq \perp$$

$$q^1: \forall i \in \mathbb{N}_0 : (\mathbf{pack}, w, i) \in Q_q \Rightarrow w = in_p[i] \ \& \ (i < \ell_p + c_p)$$

$$q^2: \forall i \in \mathbb{N}_0 : out_q[i] \neq \perp \Rightarrow out_q[i] = in_p[i] \ \& \ (\ell_q > i - c_p)$$

$$q^3: \ell_q \leq r_p$$

$$P_{BSWP} = p^0 \ \& \ p^1 \ \& \ p^2 \ \& \ p^3 \ \& \ q^0 \ \& \ q^1 \ \& \ q^2 \ \& \ q^3$$

Лемма (об инварианте BSWP). P_{BSWP} — инвариант BSWP

Доказательство этой леммы подробно разберём на семинаре

Теорема (безопасность BSWP). С.п. S BSWP обладает свойством безопасности BSWP

$$\forall x \in \mathfrak{R}(S) : \forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \in \{in_q[i], \perp\} \& out_q[i] \in \{in_p[i], \perp\}$$

Доказательство.

По **последней лемме**, P_{BSWP} — инвариант BSWP

При этом из P_{BSWP} следуют

- ▶ p^2 : $\forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \neq \perp \Rightarrow out_p[i] = in_q[i] \& (\ell_p > i - \mathfrak{c}_q)$,
из чего следует $\forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \in \{in_q[i], \perp\}$
- ▶ q^2 : $\forall i \in \mathbb{N}_0 : out_q[i] \neq \perp \Rightarrow out_q[i] = in_p[i] \& (\ell_q > i - \mathfrak{c}_p)$,
из чего следует $\forall i \in \mathbb{N}_0 : out_q[i] \in \{in_p[i], \perp\}$

Значит, из P_{BSWP} следует

$$\forall i \in \mathbb{N}_0 : out_p[i] \in \{in_q[i], \perp\} \& out_q[i] \in \{in_p[i], \perp\}$$

Осталось только применить **теорему о проверке безопасности с.п.** ▼