

Задание 1 (3 балла). Проверить на полноту систему булевых функций

$$\{x \oplus y \oplus z, \quad \bar{x}y \vee \bar{x}z \vee y\bar{z}, \quad (x \sim y)z \oplus \bar{x}(y \sim z)\}.$$

Задание 2 (3 балла). Поверхность сферы покрыта треугольниками и 37-угольниками. Число 37-угольников равно 2, а степень каждой вершины в полученном графе равна 4. Определить число вершин, ребер и граней графа.

Задание 3 (3 балла). С помощью алгоритма проверки однозначности кода выяснить, является ли код $\{10, 22, 022, 102, 110, 211\}$ однозначным. В случае неоднозначности указать слово, которое допускает два различных декодирования.

Задание 4 (3 балла). Для конечно-автоматной функции, заданной каноническими уравнениями, построить диаграмму Мура и схему в базисе дизъюнкция, конъюнкция, отрицание, единичная задержка:

$$y(t) = \bar{x}(t) \cdot q_2(t-1), \quad q_1(t) = q_1(t-1) \oplus q_2(t-1),$$

$$q_2(t) = x(t) \vee q_1(t-1), \quad q_1(0) = q_2(0) = 0.$$

Задание 5 (3 балла). Что такое самодвойственная функция? Что утверждает лемма о несамодвойственной функции? Верно ли, что самодвойственная функция принимает различные значения на любой паре соседних наборов? Ответ обосновать.

Задание 6 (3 балла). Дать определение изоморфизма двух графов (без петель и кратных ребер). Является ли отношение изоморфизма отношением эквивалентности? Ответ обосновать. Могут ли существовать три попарно не изоморфных графа, которые имеют 201 вершину и 20097 ребер? Ответ обосновать.

Задание 7 (3 балла). Что такое алфавитное кодирование? Как строится ориентированный граф, с помощью которого устанавливается однозначность алфавитного кодирования?

Задание 8 (3 балла). Что такое схема из функциональных элементов и элементов единичной задержки? Как её построить по каноническим уравнениям? Построить схему для функции $y = f(x)$, если $y(1) = y(2) = 1$ и $y(t) = x(t - 2)$ при $t \geq 3$.

Задание 9 (4 балла). Может ли оптимальный код состоять из 16 кодовых слов длины 4? Если может, то указать соответствующее этому коду распределение частот.

Задание 10 (4 балла). Какую из функций $x \vee y$, $x \oplus y$ можно получить суперпозициями функции $x \rightarrow y$? Ответ обосновать.