Математические модели последовательных вычислений

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математические модели последовательных вычислений

Блок 16

Проблемы функциональной эквивалентности,
пустоты и свободы
для стандартных схем программ

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

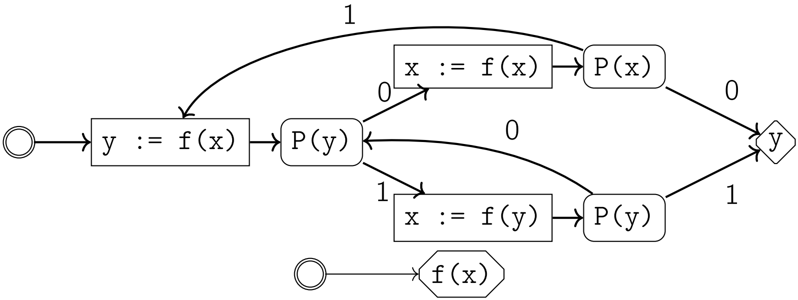
ВМК МГУ, 2022/2023, весенний семестр

Эквивалентность

Стандартные схемы программ π_1, π_2 называются функционально эквивалентными ($\pi_1 \sim \pi_2$), если для любой интерпретации $\mathcal{I}$ верно $\overline{\pi_1} = \overline{\pi_2}$

Проблема функциональной эквивалентности для стандартных схем программ формулируется так: для произвольной заданной пары стандартных схем программ π_1, π_2 проверить соотношение $\pi_1 \sim \pi_2$

Например, можно убедиться в том, что следующие две схемы функционально эквивалентны



Эквивалентность

Системы переходов S_1, S_2 называются функционально эквивалентными ($S_1 \sim S_2$), если для любой интерпретации $\mathcal{I}$ верно $\overline{S_1} = \overline{S_2}$

Теорема. **Для любых стандартных схем программ π_1, π_2 верно**

$$\pi_1 \sim \pi_2 \quad \Leftrightarrow \quad LTS(\pi_1) \sim LTS(\pi_2)$$

Доказательство. Следует из соответствующих определений и теоремы о моделировании стандартных схем программ системами переходов ▼

Пустота

Стандартная схема программ π пуста, если для любой интерпретации $\mathcal{I}$ и любой оценки переменных ξ верно $\overline{\pi}_{\mathcal{I}}(\xi) = \bot$

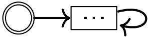
Проблема пустоты для стандартных схем программ формулируется так: для произвольной заданной стандартной схемы программ выяснить, пуста ли эта схема

Утверждение. Проблема пустоты для стандартных схем программ m-сводима к проблеме функциональной эквивалентности для стандартных схем программ

Доказательство.

Произвольно взятая стандартная схема программ π пуста

$\Leftrightarrow$

$\pi \sim$  ▼

$\boxed{\text{На подумать (трудное)}}$: а есть ли сводимость в обратную сторону?

Свобода

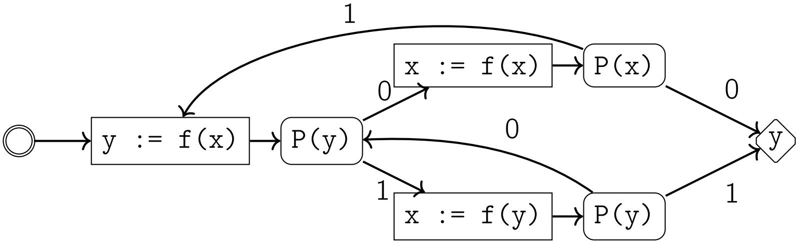
Путь $v_1 \to v_2 \to v_3 \to \ldots$ в стандартной схеме программ π реализуется вычислением $comp(\pi, \mathcal{I}, \xi)$, если это вычисление имеет вид

$$(v_1, \_), (v_2, \_), (v_3, \_), \ldots :$$

в первых компонентах состояний вычисления по порядку перечисляются все вершины рассматриваемого пути

Схема свободна, если каждый конечный путь из входа в выход реализуется хотя бы одним вычислением этой схемы

Пример: следующая схема несвободна



Свобода

Проблема свободы для стандартных схем программ формулируется так: для произвольной заданной стандартной схемы программ проверить, свободна ли эта схема

$\boxed{\text{На подумать (трудное)}}$: как проблема свободы связана с проблемами пустоты и функциональной эквивалентности?