

Курс «Основы кибернетики» для бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 «Прикладная математика и информатика» профиля «Системное программирование и компьютерные науки»

1. Общая информация (учебная нагрузка, формы контроля и др.)

Курс является обязательным для всех бакалавров (интегрированных магистров) направления 01400 – «Прикладная математика и информатика». При этом объём и, в некоторой степени, программа курса варьируются в зависимости от профиля.

Для бакалавров 3 курса профиля «Системное программирование и компьютерные науки» (320-328 группы) курс «Основы кибернетики» читается в 6 семестре в объёме 48 часов лекций, сопровождаемых 16 часами семинарских занятий. Курс завершается экзаменом, на который выносятся как теоретические вопросы, изложенные на лекциях, так и задачи, рассмотренные на семинарских занятиях.

В разделах 2-7 данного описания приводится подробная информация о содержании курса, программах и планах его изучения в 2014-2015 уч. году, методических материалах, а в разделах 8 и 9 – об особенностях организации учебного процесса, формах и сроках проведения контрольных мероприятий.

В соответствии с этими планами в течение семестра проводятся 4 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных). По их результатам с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы (см. раздел 8) выставляется предварительная оценка, которая играет существенную роль при формировании окончательной оценки на экзамене (см. раздел 9).

Чтение курса обеспечивается кафедрой математической кибернетики, лектор 2014-2015 уч. года – профессор Ложкин С.А. (lozhkin@cs.msu.su).

2. Аннотация

Курс «Основы кибернетики» (ранее «Элементы кибернетики»), создателем и основным лектором которого был чл.-корр. РАН С.В. Яблонский, читается на факультете ВМК с первых лет его существования. Он является продолжением курса «Дискретная математика» и посвящён изложению основных моделей, методов и результатов математической кибернетики, связанных с теорией дискретных управляющих систем (УС), с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов.

В нём рассматриваются различные классы УС (классы схем), представляющие собой дискретные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Для базовых классов УС (схем из функциональных элементов, формул, контактных схем, автоматных схем), а также некоторых других типов УС, ставятся и изучаются основные задачи теории УС: задача минимизации дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), задача эквивалентных преобразований и структурного моделирования УС, задача синтеза УС, задача повышения надёжности и контроля УС из ненадёжных элементов и др. Рассматриваются также некоторые вопросы сложности алгоритмов. В программу курса входят классические результаты К. Шеннона, С.В. Яблонского, Ю.И. Журавлева и О.Б. Лупанова, а также некоторые результаты последних лет. Показывается возможность практического применения этих результатов на примере задачи проектирования СБИС, которые составляют основу программно-аппаратной реализации алгоритмов.

3. Программа

I. Минимизация дизъюнктивных нормальных форм и связанные с ней задачи

Единичный куб и функции алгебры логики (ФАЛ), представление ФАЛ с помощью ДНФ. Сокращённая ДНФ и тупиковые ДНФ, их «геометрический» смысл. Способы построения однозначно получаемых ДНФ (сокращённой, пересечения тупиковых, Квайна, суммы тупиковых). Особенности ДНФ для ФАЛ из некоторых классов. Функция покрытия и алгоритм построения всех тупиковых ДНФ, оценка длины градиентного покрытия. Алгоритмические трудности минимизации ДНФ, оценки максимальных и типичных значений некоторых параметров ДНФ.

II. Основные классы дискретных управляющих систем, структурные представления схем и оценка их числа. Эквивалентные преобразования управляющих систем

Различные классы УС (классы схем) как структурные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Основные классы УС – формулы и схемы из функциональных элементов (СФЭ), контактные схемы (КС), – их структура, меры сложности, функционирование, эквивалентность, полнота. Оценка числа схем различных типов.

Понятие подсхемы и принцип эквивалентной замены. Тождества и связанные с ними эквивалентные преобразования УС. Построение полных систем тождеств для формул, СФЭ и КС. Отсутствие конечной полной системы тождеств для КС.

III. Синтез и сложность управляющих систем

Задача синтеза УС, сложность ФАЛ и функция Шеннона. Простейшие методы синтеза схем, реализация некоторых ФАЛ и оценка их сложности. Операция суперпозиции схем и её корректность, лемма Шеннона. Метод каскадов для КС и СФЭ, метод Шеннона. Мощностные методы получения нижних оценок для функций Шеннона. Асимптотически наилучшие методы синтеза формул, СФЭ и КС. Синтез схем для ФАЛ из специальных классов и индивидуальных ФАЛ.

IV. Надёжность и контроль управляющих систем

Самокорректирующиеся КС и простейшие методы их синтеза. Асимптотически наилучшие методы синтеза КС, корректирующих один обрыв или одно замыкание.

Задача контроля УС, тесты для таблиц. Алгоритм построения всех тупиковых тестов, оценки максимального и типичного значений длины диагностического теста.

V. Некоторые вопросы сложности алгоритмов. Модели и классы схем, связанные с программно-аппаратной реализацией алгоритмов

Полиномиальная сводимость языков, классы P и NP, теорема Кука.

Некоторые модификации основных классов схем, связанные с программной реализацией ФАЛ. Автоматные функции, их реализация схемами из функциональных элементов и элементов задержки, схемы с «мгновенными» обратными связями. Схемы на КМОП-транзисторах, задача логического и «физического» синтеза СБИС, основные этапы её решения.

4. Предварительный список вопросов к экзамену по курсу «Основы кибернетики» (весенний семестр 2013-2014 уч. года; 320-328 группы), ориентировочный график их изучения на лекциях.

- I. Минимизация дизъюнктивных нормальных форм и связанные с ней задачи (09.II–06.III)**
1. Представление функций алгебры логики (ФАЛ) дизъюнктивными нормальными формами (ДНФ) и его «геометрическая» интерпретация. Совершенная ДНФ и критерий единственности ДНФ. См. [1:гл.1, §§2,5].
 2. Сокращённая ДНФ и способы её построения [1:гл.1, §3].
 3. Тупиковая ДНФ, ядро и ДНФ пересечение тупиковых. ДНФ Квайна, критерий вхождения простых импликант в тупиковые ДНФ и его локальность. См. [1:гл.1, §4].
 4. Особенности ДНФ линейных и монотонных ФАЛ. Функция покрытия, таблица Квайна и построение всех тупиковых ДНФ. См. [1:гл.1, §§5,6].
 5. Градиентный алгоритм и оценка длины градиентного покрытия, лемма о «протыкающих» наборах. Использование градиентного алгоритма для построения ДНФ. См. [1:гл.1, §6].
 6. Задача минимизации ДНФ. Поведение функции Шеннона и оценки типичных значений для ранга и длины ДНФ [1:гл.1, §7].
 7. Алгоритмические трудности минимизации ДНФ и оценки максимальных значений некоторых связанных с ней параметров [1:гл.1, §§1,3,7]. Теорема Ю.И. Журавлёва о ДНФ сумма минимальных [1:гл.1, §5].
- II. Основные классы дискретных управляющих систем, структурные представления схем и оценка их числа. Эквивалентные преобразования управляющих систем (06.III–27.III)**
8. Формулы и способы их задания, эквивалентность формул и функционалы их сложности [1:гл.1, §1, гл.3, §1]. Оптимизация подобных формул по глубине [1:гл.2, §2].
 9. Схемы из функциональных элементов (СФЭ) и операции их приведения. Оценка числа формул и СФЭ в базисе $B_0 = \{\&, \vee, \neg\}$. См. [1:гл.2, §§2,3].
 10. Контактные схемы (КС) и π -схемы, моделирование формул и π -схем. Оценки числа КС и числа π -схем, особенности функционирования многополюсных КС. См. [1:гл.2, §§5,6].
 11. Эквивалентные преобразования формул с помощью тождеств. Полнота системы основных тождеств для эквивалентных преобразований формул базиса B_0 . См. [1:гл.3, §2].
 12. Эквивалентные преобразования СФЭ и моделирование с их помощью формульных преобразований. Моделирование эквивалентных преобразований формул и схем в различных базисах, теорема перехода. См. [1:гл.3, §§1,3].
 13. Эквивалентные преобразования КС. Основные тождества, вывод вспомогательных и обобщённых тождеств. См. [1:гл.3, §4].
 14. Полнота системы основных тождеств. Отсутствие конечной полной системы тождеств в классе всех КС. См. [1:гл.3, §5].
- III. Синтез и сложность управляющих систем (27.III–20.IV)**
15. Задача синтеза. Методы синтеза схем на основе ДНФ и связанные с ними верхние оценки сложности функций. См. [1:гл.4, §1].
 16. Нижние оценки сложности ФАЛ, реализация некоторых ФАЛ и минимальность некоторых схем. См. [1:гл.4, §2], [7:§7].
 17. Разложение ФАЛ и операция суперпозиции схем. Корректность суперпозиции для некоторых типов схем, разделительные КС и лемма Шеннона. См. [1:гл.2, §§6,7].
 18. Каскадные КС и СФЭ. Метод каскадов и примеры его применения, метод Шеннона. См. [1:гл.4, §3].
 19. Нижние мощностные оценки функций Шеннона [1:гл.4, §4].
 20. Дизъюнктивно-универсальные множества ФАЛ. Асимптотически наилучший метод О.Б. Лупанова для синтеза СФЭ в базисе B_0 . См. [1:гл.4, §5].
 21. Регулярные разбиения единичного куба и моделирование ФАЛ переменными. Синтез схем для некоторых дешифраторов и мультиплексоров. См. [1:гл.4, §§6,7].

22. Асимптотически наилучший метод синтеза формул в базисе Б0, поведение функции Шеннона для глубины ФАЛ [1:гл.4,§6].
23. Асимптотически наилучший метод синтеза КС. См. [1:гл.4,§7].
24. Задача синтеза схем для ФАЛ из специальных классов. Асимптотически оптимальные методы синтеза СФЭ и КС для ФАЛ из некоторых классов. См. [1:гл.4,§§4,5], [10:гл.5].

IV. Надёжность и контроль управляющих систем (20.IV, 24.IV)

25. Задача контроля схем и тесты для таблиц. Построение всех тупиковых тестов, оценки длины диагностического теста. См. [1:гл.1,§8].
26. Самокорректирующиеся КС и методы их построения. Асимптотически наилучший метод синтеза КС, корректирующих 1 обрыв (1 замыкание). См. [4:§7], [2: ч. III, р. 2, §1].

V. Некоторые вопросы сложности алгоритмов. Некоторые модели и классы схем, связанные с программно-аппаратной реализацией алгоритмов (17.III и 24.III; 8.V и 15.V)

27. Полиномиальная сводимость языков. Классы P и NP, NP-полнота, формулировка теоремы Кука. Примеры NP-полных проблем. См. [6:§§4.1,4.5-4.8].
28. Доказательство теоремы Кука [6:§4.6].
29. Некоторые модификации основных классов схем (BDD, вычисляющие программы и др.), связанные с программной реализацией ФАЛ. См. [1:гл.2,§§4,6,7].
30. Реализация автоматных функций схемами из функциональных элементов и элементов задержки, схемы с «мгновенными» обратными связями. См. [7:§8], [2: ч. I, р. I, гл. 3, §§2-3].
31. Схемы на КМОП-транзисторах и реализация ими простейших функций. Задачи логического и топологического синтеза СБИС, основные этапы и методы их решения. См. [1:гл.2,§7], [9].

5. Типовые задачи к экзамену

I. Задачи на ДНФ

1. По заданной ФАЛ построить её сокращённую ДНФ, ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых, все тупиковые ДНФ.

II. Задачи на структурное моделирование и эквивалентные преобразования

2. По заданной формуле построить подобную ей формулу минимальной глубины.
3. По заданной формуле с поднятыми отрицаниями построить моделирующую её π -схему и обратно.
4. По заданным эквивалентным формулам или КС построить эквивалентное преобразование, переводящее их друг в друга с помощью основных тождеств.

III. Задачи на синтез схем

5. По данной каскадной КС построить инверсную каскадную КС.
6. По заданной ФАЛ с помощью простейших методов, метода каскадов или метода Шеннона построить реализующую её СФЭ или КС.
7. Оценить сверху и снизу сложность конкретной ФАЛ или сложность самой сложной ФАЛ из заданного множества в заданном классе схем.

IV. Задачи на самокоррекцию и тесты. Задачи на NP-полноту

8. По заданной КС построить эквивалентную ей самокорректирующуюся КС.
9. По заданной таблице или КС и списку её неисправностей построить все тупиковые проверяющие (диагностические) тесты.
10. Доказать NP-полноту языка, связанного с данной проблемой.

6. Планы семинарских занятий и даты их проведения

Приведённый ниже график семинарских занятий содержит 8 занятий, проводимых либо по основному расписанию (ОР), либо по дополнительному расписанию (ДР), отличающемуся от ОР, как правило, только чётностью недели. При этом в группах 1 недели¹ будет проведено 2, а в группах 2 недели – 1 занятие по ДР. По договорённости студентов и преподавателей допускаются и иные варианты проведения дополнительных занятий.

Семинар 1 (гр. II нед. – 11.II ОР, гр. I нед. – 18.II ОР)

Представление ФАЛ с помощью ДНФ, импликанты и простые импликанты ФАЛ. Сокращённая ДНФ и методы её построения.

Теоретический материал [1: с. 27-35], [5: с. 47, 296-298].

В классе. Из [5]: гл. I – 2.3 (3); гл. IX – 2.1 (1,2), 2.5 (1,5), 2.6 (1,5), 2.3 (1,2), 2.2 (1,2), 2.9 (1,2).

На дом. Из [5]: гл. I – 2.3 (4); гл. IX – 2.1 (3), 2.5 (2,6), 2.6 (2,6), 2.2 (3,4), 2.3 (3,4), 2.9 (6).

Семинар 2 (гр. II нед. – 25.II ОР, гр. I нед. – 4.III ОР)

Ядро и ДНФ Квайна, ДНФ сумма тупиковых. Построение всех тупиковых ДНФ.

Теоретический материал [1: с. 38-43, 51-55], [5: с. 301-302].

В классе. Из [5, гл. IX]: 3.1 (1, 5), 3.3 (1, 2 – построить ядро, ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых), 3.4 (3), 3.6 (1, 4, 7).

На дом. Из [5, гл. IX]: 3.1 (4, 6), 3.3 (3, 4 – построить ядро, ДНФ Квайна и ДНФ сумма тупиковых), 3.4 (4), 3.6 (3, 6, 8).

Семинар 3 (гр. II нед. – 11.III ОР, гр. I нед. – 18.III ОР)

Оптимизация подобных формул по глубине, моделирование формул и π -схем. Эквивалентные преобразования формул.

Теоретический материал [1: с. 86-90, 115-117, 146-161], [4: с. 19].

В классе. Из [4]: 3.1 (1), 3.3 (1, 4), 3.8 (1-3), 3.9 (1). Построить формулу минимальной глубины подобную формуле $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \vee x_4 x_5 x_6$; по заданной формуле с поднятыми отрицаниями построить моделирующую π -схему и обратно.

На дом. Из [4]: 3.1 (2), 3.3 (3, 6), 3.8 (5-9), 3.9 (2). Построить формулу минимальной глубины подобную формуле $x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_4 x_5 \vee \bar{x}_5 x_6$, промоделировать π -схемой формулу $(x_1(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \vee \bar{x}_4)(x_5 \bar{x}_6 \vee \bar{x}_5 x_6 \vee x_3(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2))$.

Семинар 4 (гр. II нед. – 25.III ОР, гр. I нед. – 25.III ДР)

Эквивалентные преобразования КС.

Теоретический материал [1: с. 169-185].

В классе. Из [4]: 4.1 (2, 4, 6-8), 4.3 (1).

На дом. Из [4]: 4.1 (9-12), 4.3 (3).

Семинар 5 (гр. I нед. – 01.IV ОР, гр. II нед. – 08.IV ОР)

Сложность ФАЛ и методы синтеза схем на основе ДНФ.

Теоретический материал [1: с. 186-210].

В классе. Из [5: гл. X]: 1.1 (2, 3, 4, ФАЛ μ_1 – как в классе СФЭ, так и в классе КС, а также ФАЛ $(x_1 \vee x_2)x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)x_4$ – в классе КС); 2.4 (1); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

На дом. Из [5: гл. X]: 1.1 (5-7), 2.4 (2); доказать минимальность некоторых из построенных в предыдущих задачах схем.

¹ Группы I недели – 321, 323, 327, все остальные группы – группы II недели.

Семинар 6 (гр. I нед. – 15.IV ОР, гр. II нед. – 15.IV ДР)

Каскадные КС и инверсные КС; метод каскадов для КС и СФЭ. Метод Шеннона.

Теоретический материал [1: с. 186-210].

В классе. Из [5: гл. X]: 2.13 (1, 7), 2.14 (1), 2.14 (5 – как КС и СФЭ) и т.п. Для заданной каскадной КС построить инверсную к ней КС. Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС по методу Шеннона.

На дом. Из [5: гл. X]: 2.13 (2, 6), 2.14 (2), 2.14 (6 – как КС, так и СФЭ). Для заданной каскадной КС построить инверсную к ней КС. Разлагая ФАЛ от 3 или 4 БП по всем БП, кроме последней, построить для неё КС по методу Шеннона.

Семинар 7 (гр. II нед. – 22.IV ОР, гр. I нед. – 22.IV ДР)

Асимптотически наилучшие методы синтеза, синтез схем для ФАЛ из специальных классов. Синтез самокорректирующихся КС.

Теоретический материал [1, с. 215-216, 222-224], [4: с. 49-50].

В классе. Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ равных 1 при $x_1=1$ (КС), класса всех самодвойственных ФАЛ (СФЭ), класса всех ФАЛ симметричных по первым трём БП (КС), класса операторов из трёх ортогональных ФАЛ (СФЭ). Из [4]: 7.9 (б), 7.10 (1), 7.13 (по книге [4] 2002 года: 7.7 (б), 7.8 (1), 7.11 (1)).

На дом. Установить асимптотику функции Шеннона для сложности класса всех ФАЛ, равных 0 при $x_1=x_2=0$ (КС), класса, состоящего из всех тех ФАЛ, у которых любая подфункция от первых трёх БП линейна, класса операторов из трёх строго ортогональных ФАЛ (СФЭ). Из [4]: 7.9 (в), 7.10 (2), 7.11 (а) (по книге [4] 2002 года: 7.7 (в), 7.8 (2), 7.9 (а)).

Семинар 8 (гр. I нед. – 29.IV ОР, гр. II нед. – 6.V ОР)

Тесты для таблиц, тесты для контактных схем.

Теоретический материал: [1: с. 65-72, 51-55], [4: с.32-34, 37-38].

В классе. Из [4]: 5.1 (1, 2 – все тупиковые диагностические тесты), 5.1 (3 – все тупиковые проверяющие тесты), 6.2, 6.4, 6.11 (если хватит времени).

На дом. Из [4]: 5.1 (5 – все тупиковые диагностические тесты, 6 – все тупиковые проверяющие тесты), 6.3, 6.5, 6.14.

7. Литература

Основная:

1. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. – М.: МГУ, 2004. (Электронные версии лекций последних лет можно найти по адресу [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_\(3-й_поток\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(3-й_поток)))
2. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. – М.: Высшая школа, 2007.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986.
4. Алексеев В.Б., Вороненко А.А., Ложкин С.А., Романов Д.С., Сапоженко А.А., Селезнёва С.Н. Задачи по курсу «Основы кибернетики». – М.: МГУ, 2011.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6. Алексеев В.Б. Введение в теорию сложности алгоритмов. – М.: Изд-во МГУ, 2002.

Дополнительная:

7. Алексеев В.Б., Ложкин С.А. Элементы теории графов, схем и автоматов. – М.: МГУ, 2000.
8. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. – М.: Наука, 1974.
9. Ложкин С.А., Марченко А.М. Математические модели и методы синтеза СБИС. (<http://mk.cs.msu.ru/images/8/87/Lozhkin-Marchenko-VSLI-models.pdf>)
10. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. – М.: МГУ, 1984.
11. Нигматулин Р.Г. Сложность булевых функций. – М.: Наука, 1991.

8. Особенности организации и контроля аудиторной и самостоятельной работы студентов.

Данный вариант курса «Основы кибернетики» является достаточно сложным и объёмным математическим курсом, усвоение которого требует от студентов полноценной и регулярной как аудиторной, так и самостоятельной работы, что невозможно без чёткой организации занятий, строгой дисциплины и систематического контроля. При этом предполагается, что в рамках самостоятельной работы² студенты не только прорабатывают пройденный материал, но и знакомятся с материалом предстоящей лекции или семинара.

Для контроля за освоением программы курса, как уже говорилось, в течение семестра проводятся 4 основных (по 2 часа) и, возможно, несколько промежуточных (до 1 часа) тестов (контрольных) на знание и понимание определений, формулировок утверждений и т.п., а также на умение решать задачи. Планируется, кроме того, осуществлять систематический (выборочный) контроль за работой студентов как на семинарах, так и на лекциях. Все контрольные проводятся в рамках лекционного расписания по следующему графику.

Предварительный график проведения основных тестов (контрольных работ)

Раздел I:	тест-контрольная №1 – 16 марта	(консультация 13.III, 14 ³⁵ , ауд. П-13)
Раздел II:	тест-контрольная №2 – 6 апреля	(консультация 3.IV, 9 ⁰⁰ , ауд. П-13)
Раздел III:	тест-контрольная №3 – 27 апреля	(консультация 24.IV, 9 ⁰⁰ , ауд. П-13)
Разделы IV, V:	тест-контрольная №4 – 15 мая	(консультация 13.V, 18 ⁰⁰ , ауд. П-13)

Одной из форм самостоятельной работы является решение «трудных» задач, которое позволяет студентам глубже усвоить материал курса и набрать дополнительные к результатам контрольных баллы, повысив, тем самым, свою предварительную оценку (см. раздел 9).

Важная особенность чтения данного курса связана с ускоренным характером прохождения лекционного материала в марте 2015 г. за счёт лекций по курсу С.А. Абрамова (вторник 12⁵⁰ ауд. П-13 и пятница 12⁵⁰ ауд. П-13). С этой особенностью связана необходимость проведения некоторых семинарских занятий вне основного расписания (см. раздел 6).

Информационные объявления, данные о посещаемости и текущей успеваемости студентов вывешиваются на сайте по адресу: [http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_\(3-й_поток\)](http://mk.cs.msu.ru/index.php/Основы_кибернетики_(3-й_поток))

9. О проведении экзамена по курсу «Основы кибернетики»

Как уже говорилось, по результатам контрольных работ с учётом посещаемости студентов, их работы на лекциях и семинарах, а также самостоятельной работы каждому из них выставляется предварительная оценка.

Для студентов, имеющих предварительную оценку «5», экзамен проводится в форме общего собеседования по программе курса на определения, формулировки утверждений и идеи их доказательства, методы решения задач. Для студентов, имеющих предварительную оценку «2», экзамен представляет собой письменный тест-контрольную.

Все остальные студенты (с предварительной оценкой «3-», «3» и «4») получают билет с двумя вопросами и одной задачей и после 15-20 минутной подготовки отвечают на него сначала на уровне определений, формулировок утверждений и идей их доказательства, а также методов решения задач. Затем студент, по усмотрению экзаменатора, должен раскрыть те или иные детали доказательства утверждений из вопросов билета по конспектам или иным источникам, а также полностью или частично решить задачу билета в течение выделенного специально для этого времени. Студенты, набравшие не менее 80% от суммы баллов по задачам тестов-контрольных соответствующего раздела, то есть получившие по ним оценку «5», от решения билетной задачи данного типа освобождаются. Последний этап экзамена представляет собой описанное выше общее собеседование по другим вопросам или задачам программы.

В соответствии с принятыми правилами итоговая экзаменационная оценка не может превосходить предварительную оценку больше, чем на один балл. Студент, который имеет предварительную оценку «3» или «4» и не претендует на более высокую итоговую оценку, сдаёт экзамен, как правило, по упрощённой процедуре (в форме собеседования по билету и программе без предварительной подготовки) с целью подтверждения этой оценки.

² 1 час самостоятельной работы на 1 час аудиторных занятий.