

## Программа курса «Дискретная математика» (вариант с лекциями 2 часа в неделю)

### Булевы функции

1. Функции алгебры логики. Примеры элементарных функций. Число функций от  $n$  переменных. Задание функций формулами. Тожества для элементарных функций.
2. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме. Полные системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты).
3. Полиномы Жегалкина. Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом.
4. Понятие замкнутого класса. Замкнутость классов  $T_0, T_1, L$ . Двойственность. Замкнутость класса  $S$ .
5. Класс монотонных функций  $M$ , его замкнутость.
6. Лемма о несамодвойственной функции. Лемма о немонотонной функции.
7. Лемма о нелинейной функции.
8. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.
9. Базисы. Теорема о максимальном числе функций в базисе в алгебре логики.
10. Предполные классы. Теорема о предполных классах в  $P_2$ .

### Графы

11. Графов. Связь степеней вершин и числа рёбер графа. Изоморфизм графов. Маршруты в графах; утверждено о существовании простой цепи. Связность и компоненты связности.
12. Деревья. Теорема о существовании остовного дерева. Леммы о сохранении связности, образовании цикла и числе компонент связности графа.
13. Теорема об эквивалентных определениях дерева.
14. Упорядоченные корневые деревья. Верхняя оценка числа неизоморфных упорядоченных корневых деревьев. Верхняя оценка числа неизоморфных деревьев.
15. Геометрическая реализация графов. Теорема о реализации графов в трёхмерном пространстве. Планы графы. Грани. Формула Эйлера. Связь длин обходов границ граней и числа рёбер планарного графа.
16. Доказательство непланарности графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Теорема Понтрягина-Куратовского (доказательство в одну сторону).
17. Верхние оценки на число рёбер в планарном графе. Теорема о раскраске планарного графа в 5 цветов.

### Коды

18. Алфавитное кодирование. Однозначность равномерных и префиксных кодов. Граф кода. Критерий однозначности кода.
19. Теорема Маркова о длинах слов, нарушающих однозначность кодирования.
20. Неравенство Макмиллана.
21. Существование префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
22. Оптимальные коды. Существование оптимального кода. Три леммы о связи длин слов и вероятностей в оптимальных кодах.
23. Лемма о связи префиксности и цены двух кодов. Теорема редукции.
24. Коды с исправлением  $r$  ошибок. Критерии исправления и обнаружения  $r$  ошибок. Оценка функции  $M_r(n)$ .
25. Коды Хэмминга. Оценка функции  $M_1(n)$ .

### Автоматы и схемы из функциональных элементов

26. Автоматы и автоматные отображения. Диаграмма Мура. Функция единичной задержки.
27. Схемы из функциональных элементов. Реализация функций алгебры логики схемами.
28. Схемы из функциональных элементов с задержками. Автоматность реализуемых ими отображений.
29. Моделирование автоматного отображения схемой из функциональных элементов с задержками.
30. Отличимость состояний автомата. Теорема Мура.
31. Сумматор. Верхняя оценка сложности сумматора. Вычитатель.
32. Метод Карацубы построения схемы для умножения, верхняя оценка её сложности.

## Информация об экзамене по курсу «Дискретная математика» в Казахском филиале МГУ

Экзамен проводится письменно, длительность 105 минут (дополнительно даётся 15 минут на отправку решений). Студент получает **вариант** с несколькими заданиями, содержащими **задачи** и **теоретические вопросы** (определения, формулировки, вопросы на понимание доказательств) из разных разделов курса.

### Обратите внимание!

- Все определения и формулировки должны соответствовать излагавшимся в лекциях.
- При решении задач необходимо подробно описывать и обосновывать ход решения, приводить все вычисления.
- Если при решении задач используются обозначения и алгоритмы, которые не вводились на лекциях и семинарах, то необходимо объяснять обозначения и приводить доказательства корректности алгоритмов. В ином случае решение не будет засчитано. Обозначения и алгоритмы из лекций и семинаров можно использовать без ограничений.