Вариант экзаменационной работы

Задание 1 (3 балла). Функция $f(x_1, \ldots, x_n) \in P_2$ принимает значение 1 ровно на трех наборах из множества E_2^n, где $n \geqslant 1$. Доказать, что система $A = \{\bar{x}, f\}$ является полной. Является ли эта система базисом P_2? Ответ обосновать.

Задание 2 (3 балла). В связном планарном графе G степень любой вершины равна трем, а при укладке его на плоскости любая грань (включая внешнюю) ограничена циклом длины 5. Найти число вершин и число ребер в этом графе G.

Задание 3 (3 балла). Пусть $A = B = \{0, 1\}$. Слово $\alpha \in A^*$, закодированое в коде Хэмминга, хранилось в памяти компьютера. При хранении могло произойти не более одной ошибки замещения. Найти разряд, в котором произошла ошибка (если ошибка была), и восстановить слово α, если после хранения было прочитано слово $\beta' \in B^*$, где

$$\beta' = 1011\ 1000\ 110.$$

Задание 4 (3 балла). Для автоматной функции f, заданной каноническими уравнениями, найти диаграмму Мура и схему из функциональных элементов с задержками в базисе из конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и элемента единичной задержки, если

$$f : \begin{cases} y(t) = q_1(t-1) \vee q_2(t-1), \\ q_1(t) = x(t) \oplus q_2(t-1), \\ q_2(t) = x(t) \sim q_2(t-1), \\ q_1(0) = 0, q_2(0) = 1. \end{cases}$$

Задание 5 (3 балла). Что называется базисом P_2? Что утверждает теорема о базисах в P_2? Верно ли, что любую неполную систему функций алгебры логики можно расширить до некоторого базиса P_2? Ответ обосновать.

Задание 6 (3 балла). Что такое дерево? Что называется остовным деревом графа? Что называется кратчайшим остовным деревом графа? Пусть в графе G, содержащем хотя бы один цикл, все ребра имеют различные веса. Верно ли, что любому кратчайшему остовному дереву этого графа не принадлежит ребро максимального веса? Ответ пояснить.

Задание 7 (3 балла). Что такое алфавитный код? Какой алфавитный код называется однозначным? Что утверждает теорема о неравенстве Макмиллана? Верно ли, что если алфавитный код не является однозначным, то для него обязательно не выполняется неравенство Макмиллана? Ответ пояснить.

Задание 8 (3 балла). Что такое конечный автомат? Какие два состояния конечного автомата называются отличимыми? Что утверждает лемма о двух отличимых состояниях конечного автомата? Как по двум состояниям q_1 и q_2 конечного автомата. которые отличимы словом α длины m, но не отличимы никаким словом меньшей длины, найти два состояния q_1' и q_2' этого автомата, которые отличимы каким-то словом β длины $(m-1)$, но не отличимы никаким словом меньшей длины? Как найти хотя бы одно такое слово β? Ответ пояснить.

Задание 9 (4 балла). С помощью только функции $f(x_1, \ldots, x_n)$, $n \geqslant 1$, можно построить формулы, выражающие соответственно функции $\bar{x}$ и $x \oplus y$. Что можно сказать о полноте системы $A = \{f\}$? Ответ обосновать.

Задание 10 (4 балла). Найти диаграмму Мура, не содержащую неотличимых состояний, для автоматной функции $f : \{0,1\}^\infty \to \{0,1\}^\infty$, где $f(x(1)x(2)\ldots) = y(1)y(2)\ldots$ и

$$\begin{cases} y(1) = 1, \\ y(2) = 0, \\ y(t) = \bar{x}(t-2), \quad t \geqslant 3. \end{cases}$$

Отличимость состояний обосновать.