

Вариант экзаменационной работы

Внимание. Все ответы на вопросы в заданиях 5-10 надо обосновывать! Только в этом случае они засчитываются.

Задание 1 (3 балла). Выделите все базисы из полной системы

$$\{xy \oplus z, x \oplus y \oplus 1, \bar{y}x, \bar{x}\}.$$

Задание 2 (3 балла). В графе G без циклов 2 вершины степени 13, 14 вершин степени 6, 84 вершины степени 1 (других вершин нет). Сколько в графе G может быть связных компонент? (Дайте все возможные ответы и докажите, что других ответов нет).

Задание 3 (3 балла). Существуют ли взаимно однозначные двоичные (то есть в алфавите $\{0, 1\}$) коды с длинами кодовых слов: а) $(1, 2, 3, 3, 4)$; б) $(2, 2, 2, 4, 4, 4)$? Если нет - обосновать, если да, то построить такой код.

Задание 4 (3 балла). Для автомата, задаваемого каноническими уравнениями:

$$\begin{cases} y(t) = x(t) \rightarrow q_2(t-1) \\ q_1(t) = x(t) \vee q_2(t-1) \\ q_2(t) = \overline{q_1(t-1)} \\ q_1(0) = 0 \\ q_2(0) = 1 \end{cases}$$

а) построить схему из элементов: дизъюнкция, конъюнкция, отрицание, задержка;

б) для входной последовательности 01100 найти выходную последовательность.

Задание 5 (3 балла). Приведите определение замкнутого класса. Пусть A и B — замкнутые классы в P_2 . Верно ли, что всегда $A \cap B$ — замкнутый класс? Верно ли, что всегда $A \cup B$ — замкнутый класс? (Ответы обоснуйте).

Задание 6 (3 балла). Сформулируйте теорему, которую называют формулой Эйлера. Пусть планарный граф, в котором p вершин, q ребер и k связных компонент, изображен на плоскости без пересечения ребер. Сколько граней в этом изображении (то есть на сколько частей распадется плоскость, если провести разрезы по всем линиям, изображающим ребра)?

Задание 7 (3 балла). Сформулируйте теорему, которую называют неравенством Макмиллана. Пусть для натуральных чисел $q \geq 2$, $l_1, l_2, \dots, l_r$ выполняется неравенство Макмиллана. Верно ли, что тогда обязательно существует код в q -буквенном алфавите, который является: а) взаимно однозначным; б) префиксным; в) суффиксным (это 3 отдельных вопроса)?

Задание 8 (3 балла). Приведите определение отличимых состояний автомата. Сформулируйте теорему Мура. Верно ли, что в автомате с r состояниями любое входное слово (эксперимент), отличающее 2 отличимых состояния, имеет длину $\leq 2r$.

Задание 9 (4 балла). Построить диаграмму Мура автомата, преобразующего последовательность $x(1)x(2)\dots x(t)\dots$ из нулей и единиц в последовательность $y(1)y(2)\dots y(t)\dots$

так, что $y(t) = 1$, если в последовательности $x(1)x(2) \dots x(t)$ (до t включительно) хотя бы 1 раз встречается фрагмент 101 (подряд), и $y(t) = 0$ в остальных случаях. Все состояния в построенной диаграмме должны быть отличимы (обоснуйте, что они отличимы).

Задание 10 (4 балла). В графе без петель и кратных ребер 100 вершин и все циклы имеют четную длину. Какое максимальное число ребер может быть в этом графе?