Математические методы верификации схем и программ

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математические методы верификации схем и программ

Блок 8

Модели Крипке

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

Вступление

Обычно модель в рамках метода model checking устроена так:

- Моделью задаётся множество состояний: «слепков» системы, в которых записаны рассматриваемые особенности системы в заданные моменты времени выполнения

- Состояния могут изменяться посредством выполнения переходов, изменяющих текущее состояние согласно выполнению заданных действий системой

- Выполнение системы в неограниченном времени соответствует вычислению модели: бесконечной последовательности состояний, получающейся из заданного состояния выполнением переходов

Вступление

Model checking применяется *в основном* для анализа систем с **конечным** числом состояний

Это один из недостатков метода, затрудняющих его широкое использование: на практике число состояний системы нередко бесконечно или конечно, но настолько велико, что можно считать его практически бесконечным

Тем не менее, существуют и важные классы систем, заведомо обладающие «разумно»-конечным числом состояний: контроллеры, драйверы, многие коммуникационные протоколы, не слишком объёмная аппаратура, ...

Вступление

Обсуждение моделей вычислительных систем начнём немного издалека, с классической головоломки про волка, козу и капусту

На левом берегу реки располагаются
волк (), коза (), капуста () и лодочник с лодкой ()

может переправиться на противоположный берег в лодке,
взяв с собой не более одного пассажира (, , )

Оставшись на берегу без ,
 может съесть , а  может съесть 

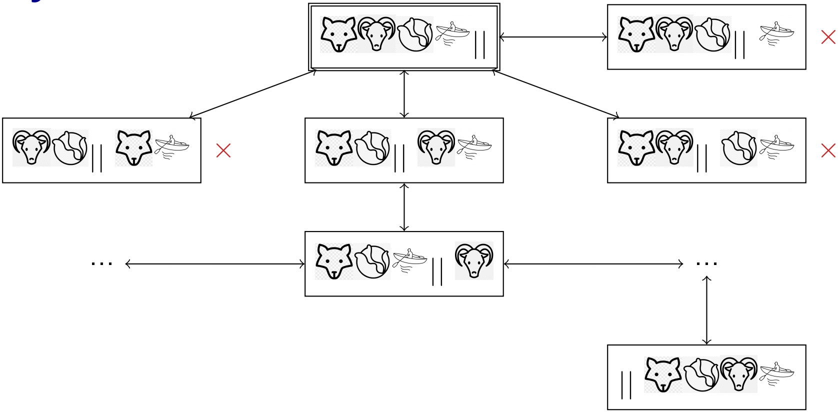
Как  может безопасно переправить ,  и  на правый берег?

Вступление

Чтобы решить эту головоломку, достаточно

- перебрать всевозможные варианты расположения , ,  и , получающиеся из начального расположения согласно всевозможным действиям 
  - это **состояния** системы
- разделить состояния на “плохие” (кто-то кого-то может съесть) и “хорошие” (остальные)
  - пометим плохие состояния символом ×
- посмотреть, как достичь состояния “все на правом берегу”, ни разу не встретив ×

Вступление



□ — **состояния** системы

⧈ — **начальное** состояние

→ — **переходы** системы

× — **атомарное высказывание**: свойство состояний системы, которое мы по тем или иным причинам посчитали заслуживающим рассмотрения

Модели Крипке

Для множества X записью 2^X будем обозначать множество всех подмножеств X

Модель Крипке над множеством атомарных высказываний AP — это система $M = (S, S_0, \to, L)$, где:

- S — множество состояний
- S_0 — множество начальных состояний, $S_0 \subseteq S$
- $\to \subseteq S \times S$ — тотальное отношение переходов
- $L : S \to 2^{\mathrm{AP}}$ — функция разметки

Тотальность отношения переходов означает, что для любого состояния s существует состояние s', такое что $s \to s'$

Событием будем называть произвольное множество атомарных высказываний (элемент семейства 2^{AP})

Модели Крипке

($M = (S, S_0, \to, L)$ — *модель Крипке над* AP)

Соотношение $L(s) = \sigma$ можно понимать так: состояние s обладает свойствами, отвечающими атомарным высказываниям из σ, и не обладает остальными свойствами, отвечающими атомарным высказываниям

Будем говорить, что модель M конечна, если конечны множества S и AP

Модель M представляет собой особый размеченный ориентированный граф: S — это вершины, $\to$ — это дуги, остальное — это метки вершин

В связи с этим будем применять графовые обозначения и графовую терминологию к моделям Крипке

Модели Крипке

$(M = (S, S_0, \to, L)$ — *модель Крипке над* AP$)$

Путь в модели Крипке, исходящий из начального состояния, будем называть начальным

Бесконечный начальный путь будем наывать вычислением модели

Трассой будем называть бесконечную последовательность событий

Иногда будут представлять интерес и конечные последовательности событий — будем называть их конечными трассами, или просто трассами, если конечность следует из контекста

Трассой пути $s_1 \to s_2 \to s_3 \to \ldots$ в модели Крипке будем называть трассу, состоящую из событий, помечающих состояния этого пути:

$$L(s_1), L(s_2), L(s_3), \ldots$$