

# Математические методы верификации схем и программ

[mk.cs.msu.ru](http://mk.cs.msu.ru) → Лекционные курсы  
→ Математические методы верификации схем и программ

## Блок 23

Справедливость и CTL

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

[valdus@yandex.ru](mailto:valdus@yandex.ru)

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

## Напоминание

**Система переходов** над атомарными высказываниями AP и действиями Act — это модель Крипке, каждый переход которой помечен **действием**

**Безусловная справедливость**: действия заданного множества должны выполняться бесконечно часто

**Сильная справедливость**: если действия заданного множества могут выполняться бесконечно часто, то они должны выполняться бесконечно часто

**Слабая справедливость**: если действия заданного множества могут выполняться **почти всегда**, то они должны выполняться бесконечно часто

**Ограничения справедливости**  $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_u, \mathcal{F}_s, \mathcal{F}_w)$ , где  $\mathcal{F}_u, \mathcal{F}_s, \mathcal{F}_w \subseteq 2^{\text{Act}}$  — это тройка семейств множеств, составляющих систему ограничений справедливости: каждое множество из  $\mathcal{F}_u$  — безусловной, каждое из  $\mathcal{F}_s$  — сильной, каждое из  $\mathcal{F}_w$  — слабой

## Напоминание

В LTL ограничения справедливости укладывались в рамки языка: если можно записать в виде формулы фразы «сейчас может выполниться действие множества  $A$ » и «сейчас было выполнено действие множества  $A$ », то ограничения справедливости можно встроить в проверяемую формулу

В CTL так сделать нельзя — *из-за синтаксических ограничений на использование темпоральных операторов и, как будет показано дальше, невозможности записать на языке CTL словосочетание «почти всегда»*

Поэтому при внесении справедливости в CTL приходится изменять терминологический и алгоритмический фундамент: отношение выполнимости и алгоритм проверки выполнимости

## Напоминание

Отношение выполнимости в ограничениях справедливости  $\mathcal{F}$  ( $\models_{\mathcal{F}}$ ) отличается от «обычного» отношения выполнимости для ctl-формул следующими пунктами определения:

- ▶  $M, s \models_{\mathcal{F}} \mathbf{A}\varphi \Leftrightarrow$  для любого  $\mathcal{F}$ -справедливого пути  $\pi$  в  $M$ , исходящего из  $s$ , верно  $M, \pi \models \varphi$
- ▶  $M, s \models_{\mathcal{F}} \mathbf{E}\varphi \Leftrightarrow$  существует  $\mathcal{F}$ -справедливый путь  $\pi$  в  $M$ , исходящий из  $s$  и такой что  $M, \pi \models \varphi$

## Напоминание

Алгоритм проверки моделей в ограничениях справедливости  $\mathcal{F}$  может быть получен из базового внесением исправлений в процедуры  $\mathfrak{P}_{\text{EX}}$ ,  $\mathfrak{P}_{\text{EU}}$  и  $\mathfrak{P}_{\text{EG}}$ :

- ▶  $\mathfrak{P}_{\text{EX}}(M, \varphi)$ : множество  $\mathfrak{P}'_{\text{sat}}(M, \varphi)$  следует заменить на  $\mathfrak{P}'_{\text{sat}}(M, \varphi) \cap \text{FairStates}(M, \mathcal{F})$ 
  - ▶  $\text{FairStates}(M, \mathcal{F})$  — множество всех состояний  $M$ , из которых в  $M$  исходит хотя бы один  $\mathcal{F}$ -справедливый путь
- ▶  $\mathfrak{P}_{\text{EU}}(M, \varphi_1, \varphi_2)$ : множество  $\mathfrak{P}'_{\text{sat}}(M, \varphi_2)$  следует заменить на  $\mathfrak{P}'_{\text{sat}}(M, \varphi_2) \cap \text{FairStates}(M, \mathcal{F})$
- ▶  $\mathfrak{P}_{\text{EG}}(M, \varphi)$ : н.к.с.с. следует заменить на  **$\mathcal{F}$ -справедливые н.к.с.с.**, то есть такие, в которых есть бесконечный  $\mathcal{F}$ -справедливый путь

Для самостоятельного размышления:

а как вычислять  $\text{FairStates}(M, \mathcal{F})$  и справедливые н.к.с.с.?