

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы

→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 29

Хорновские дизъюнкты

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, сентябрь–декабрь

D-правилом будем называть дизъюнкт, содержащий ровно одну положительную литеру, то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_n \vee B$$

D-запросом будем называть дизъюнкт, не содержащий ни одной положительной литеры (в том числе \square), то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_k$$

Хорновскими дизъюнктами называются D-правила и D-запросы

Утверждение. $\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_n \vee B \sim A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$

Утверждение. $\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_k \sim \neg(A_1 \& \dots \& A_k)$

Основываясь на этих утверждениях, дизъюнкты $\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_n \vee B$ и $\neg C_1 \vee \cdots \vee \neg C_n$ будем иногда записывать как формулы $A_1 \& \dots \& A_n \rightarrow B$ и $\neg(C_1 \& \dots \& C_k)$

Утверждение. При применении правила резолюции к D-правилу $A_1 \& \dots \& A_n \rightarrow B$ и любому D-запросу в контрапарную пару обязана входить обозначенная литерра B D-правила

Утверждение. Ни к какой паре D-запросов нельзя применить правило резолюции

Утверждение. Резольвента D-запроса и D-правила обязательно является D-запросом

Следовательно, если правило резолюции применяется к D-запросу и любому хорновскому дизъюнкту, то этот дизъюнкт обязан быть D-правилом, а само правило резолюции становится правилом преобразования D-запросов при применении к ним D-правил:

$$\frac{\neg(C_1 \& \dots \& C_k), \quad A_1 \& \dots \& A_n \rightarrow B}{\neg(C_1 \& \dots \& C_{i-1} \& A_1 \& \dots \& A_n \& C_{i+1} \& \dots \& C_k) \theta},$$

где $\theta \in \text{НОУ}(C_i, B)$

D-правило $A_1 \& \dots \& A_n \rightarrow B$ — это естественный способ представления причинно-следственных взаимосвязей:

- ▶ Если справедливы факты A_1, \dots, A_n , то справедлив и факт B
 - ▶ То есть A_1, \dots, A_n — достаточное условие справедливости B
 - ▶ Если $n = 0$, то просто «Справедлив факт B »
- ▶ Чтобы решить задачу, записанную в виде B , достаточно решить задачи, записанные в виде A_1, \dots, A_n , и совместить ответы
 - ▶ Если $n = 0$, то «Решение задачи B очевидно»

Формула $C_1 \& \dots \& C_k$, отрицанием которой является D-запрос, — это естественный способ представления вопроса к задаче:

- ▶ Требуется проверить справедливость набора (взаимосвязанных) фактов C_1, \dots, C_k
- ▶ Требуется решить набор задач, записанных в виде C_1, \dots, C_k

Например, система дизъюнктов

$$\left\{ \begin{array}{l} L(\mathbf{D}, \mathbf{C}), \quad L(\mathbf{C}, \mathbf{n}), \quad L(\mathbf{P}, \mathbf{n}), \\ L(\mathbf{P}, y) \& L(x, y) \rightarrow L(\mathbf{P}, x), \\ \neg L(z, \mathbf{D}) \end{array} \right\}$$

из задачи о **Даше, Саше, Паше и пиве** — это система хорновских дизъюнктов:

- ▶ В части «Дано» записаны D-правила:

$$L(\mathbf{D}, \mathbf{C})$$

$$L(\mathbf{C}, \mathbf{n})$$

$$L(\mathbf{P}, \mathbf{n})$$

$$L(\mathbf{P}, y) \& L(x, y) \rightarrow L(\mathbf{P}, x)$$

- ▶ Отрицание вопроса задачи — это D-запрос:

$$\neg L(z, \mathbf{D})$$