

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 29

Хорновские дизъюнкты

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2023/2024, осенний семестр

Правилом будем называть дизъюнкт, содержащий ровно одну положительную литеру, то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B$$

Запросом будем называть дизъюнкт, не содержащий ни одной положительной литеры (в том числе \square), то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k$$

Хорновскими дизъюнктами называются правила и запросы

Утверждение. $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B \sim A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$

Утверждение. $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \sim \neg(A_1 \& \dots \& A_k)$

Основываясь на этих утверждениях, дизъюнкты $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B$ и $\neg C_1 \vee \dots \vee \neg C_k$ будем иногда записывать как формулы

$A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$ и $\neg(C_1 \& \dots \& C_k)$

Утверждение. Контрарную пару с заданной литерой запроса может образовывать не более одной литеры правила

Утверждение. Ни к какой паре запросов нельзя применить правило резолюции

Утверждение. Резольвента запроса и правила является запросом

Правило $A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$ — это естественный способ представления причинно-следственных взаимосвязей:

- ▶ Если справедливы факты A_1, \dots, A_k , то справедлив и факт B
 - ▶ То есть A_1, \dots, A_k — достаточное условие справедливости B
 - ▶ Если $k = 0$, то просто «Справедлив факт B »
- ▶ Чтобы решить задачу, записанную в виде B , достаточно решить задачи, записанные в виде A_1, \dots, A_k , и совместить ответы
 - ▶ Если $k = 0$, то «Решение задачи B очевидно»

Формула $A_1 \& \dots \& A_k$, отрицанием которой является запрос, — это естественный способ представления вопроса к задаче:

- ▶ Требуется проверить справедливость набора (*взаимосвязанных*) фактов A_1, \dots, A_k
- ▶ Требуется решить набор задач, записанных в виде A_1, \dots, A_k

Например, система дизъюнктов

$$\left\{ \begin{array}{l} L(\mathbf{Д}, \mathbf{С}), \quad L(\mathbf{С}, \mathbf{п}), \quad L(\mathbf{П}, \mathbf{п}), \\ L(\mathbf{П}, \mathbf{y}) \ \& \ L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow L(\mathbf{П}, \mathbf{x}), \\ \neg L(\mathbf{z}, \mathbf{Д}) \end{array} \right\}$$

из задачи о Даше, Саше, Паше и пиве — это система хорновских дизъюнктов:

- ▶ В части «Дано» записаны правила:

$$L(\mathbf{Д}, \mathbf{С})$$

$$L(\mathbf{С}, \mathbf{п})$$

$$L(\mathbf{П}, \mathbf{п})$$

$$L(\mathbf{П}, \mathbf{y}) \ \& \ L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow L(\mathbf{П}, \mathbf{x})$$

- ▶ Вопрос задачи, записанный в виде формулы и дополненный отрицанием в результате преобразования к дизъюнктам, — это запрос:

$$\neg L(\mathbf{z}, \mathbf{Д})$$