

# Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы  
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

## Блок 29

Хорновские дизъюнкты

Лектор:

**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:

**valdus@yandex.ru**

ВМК МГУ, 2023/2024, осенний семестр

**Правилом** будем называть дизъюнкт, содержащий ровно одну положительную литеру, то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B$$

**Запросом** будем называть дизъюнкт, не содержащий ни одной положительной литеры (в том числе  $\square$ ), то есть имеющий вид

$$\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k$$

**Хорновскими дизъюнктами** называются правила и запросы

**Утверждение.**  $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B \sim A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$

**Утверждение.**  $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \sim \neg(A_1 \& \dots \& A_k)$

Основываясь на этих утверждениях, дизъюнкты  $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B$  и  $\neg C_1 \vee \dots \vee \neg C_k$  будем иногда записывать как формулы

$A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$  и  $\neg(C_1 \& \dots \& C_k)$

**Утверждение.** Контрарную пару с заданной литерой запроса может образовывать не более одной литеры правила

**Утверждение.** Ни к какой паре запросов нельзя применить правило резолюции

**Утверждение.** Резольвента запроса и правила является запросом

Правило  $A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$  — это естественный способ представления причинно-следственных взаимосвязей:

- ▶ Если справедливы факты  $A_1, \dots, A_k$ , то справедлив и факт  $B$ 
  - ▶ То есть  $A_1, \dots, A_k$  — достаточное условие справедливости  $B$
  - ▶ Если  $k = 0$ , то просто «Справедлив факт  $B$ »
- ▶ Чтобы решить задачу, записанную в виде  $B$ , достаточно решить задачи, записанные в виде  $A_1, \dots, A_k$ , и совместить ответы
  - ▶ Если  $k = 0$ , то «Решение задачи  $B$  очевидно»

Формула  $A_1 \& \dots \& A_k$ , отрицанием которой является запрос, — это естественный способ представления вопроса к задаче:

- ▶ Требуется проверить справедливость набора (*взаимосвязанных*) фактов  $A_1, \dots, A_k$
- ▶ Требуется решить набор задач, записанных в виде  $A_1, \dots, A_k$

**Например,** система дизъюнктов

$$\left\{ \begin{array}{l} L(\mathbf{Д}, \mathbf{С}), \quad L(\mathbf{С}, \mathbf{п}), \quad L(\mathbf{П}, \mathbf{п}), \\ L(\mathbf{П}, \mathbf{y}) \ \& \ L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow L(\mathbf{П}, \mathbf{x}), \\ \neg L(\mathbf{z}, \mathbf{Д}) \end{array} \right\}$$

из задачи о Даше, Саше, Паше и пиве — это система хорновских дизъюнктов:

- ▶ В части «Дано» записаны правила:

$$L(\mathbf{Д}, \mathbf{С})$$

$$L(\mathbf{С}, \mathbf{п})$$

$$L(\mathbf{П}, \mathbf{п})$$

$$L(\mathbf{П}, \mathbf{y}) \ \& \ L(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow L(\mathbf{П}, \mathbf{x})$$

- ▶ Вопрос задачи, записанный в виде формулы и дополненный отрицанием в результате преобразования к дизъюнктам, — это запрос:

$$\neg L(\mathbf{z}, \mathbf{Д})$$