

Математическая логика

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

e-mail:

valdus@yandex.ru

2017, весенний семестр

Лекция 9

Полнота резолютивного вывода

Стратегии резолютивного вывода

Вычислительные возможности
метода резолюций

Полнота резолютивного вывода

Теорема полноты резолютивного вывода

Из любой противоречивой системы дизъюнктов резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Схема доказательства:

- ▶ рассмотрим конечное противоречивое множество \mathcal{G} основных примеров дизъюнктов исходной системы S
(теорема Эрбрана)
- ▶ покажем, что из \mathcal{G} резолютивно выводим \square
(лемма об основных дизъюнктах)
- ▶ по выводу \square из \mathcal{G} построим вывод \square из S
(лемма о подъёме)

Полнота резольютивного вывода

Лемма об основных дизъюнктах

Из любой конечной противоречивой системы основных дизъюнктов резольютивно выводим пустой дизъюнкт

Доказательство леммы.

Покажем выводимость \square из противоречивой системы S индукцией по числу $\|S\|$ различных атомов, содержащихся в дизъюнктах S

База индукции: $\|S\| = 0$

Система S противоречива $\Rightarrow S \neq \emptyset \Rightarrow S = \{\square\}$

Индуктивный переход: $\|S\| = N > 0$

Рассмотрим атом A , содержащийся в дизъюнктах S

Удалим из S все дизъюнкты вида $D \vee A \vee \neg A$ и склеим повторяющиеся литеры A , $\neg A$ в каждом дизъюнкте

Полученная система S^{red} противоречива, и если \square выводим из S^{red} , то \square выводим и из S (очевидно?)

Если $\|S^{red}\| < N$, то индуктивный переход доказан

Полнота резольютивного вывода

Доказательство леммы.

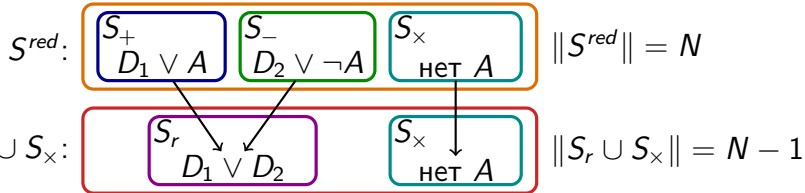
Индуктивный переход: S^{red} противоречива; $\|S^{red}\| = N > 0$

Разобьём S^{red} на три подсистемы:

1. $S_+ = \{D \mid D \in S^{red}, D = D' \vee A\}$
2. $S_- = \{D \mid D \in S^{red}, D = D' \vee \neg A\}$
3. $S_x = S^{red} \setminus (S_+ \cup S_-)$

Построим все резольвенты по контрарной паре $A, \neg A$:

$$S_r = \{D_1 \vee D_2 \mid D_1 \vee A \in S_+, D_2 \vee \neg A \in S_-\}$$

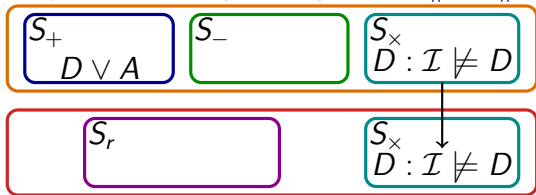


Если \square выводим из $S_r \cup S_x$, то \square выводим и из S^{red} , а значит, достаточно показать, что $S_r \cup S_x$ — противоречивая система

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

Индуктивный переход: S^{red} противоречива; $\|S^{red}\| = N > 0$



Рассмотрим произвольную интерпретацию \mathcal{I}

Покажем, что $\mathcal{I} \not\models S_r \cup S_x$

Теорема об \mathcal{H} -интерпретациях: без ограничения общности считаем, что \mathcal{I} — \mathcal{H} -интерпретация

Положим $\mathcal{I} \models A$ (для $\mathcal{I} \not\models A$ всё аналогично)

$\mathcal{I} \not\models S_+ \cup S_- \cup S_x$ и $\mathcal{I} \models S_+ \Rightarrow \mathcal{I} \not\models S_- \cup S_x$

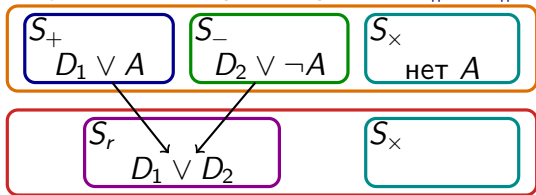
Случай 1: $\mathcal{I} \not\models S_x$

Очевидно

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

Индуктивный переход: S^{red} противоречива; $\|S^{red}\| = N > 0$



Случай 2: $\mathcal{I} \models A$, $\mathcal{I} \models S_x$ и $\mathcal{I} \not\models S_-$

$\mathcal{I} \not\models D_2 \vee \neg A \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_2$

Рассмотрим \mathcal{H} -интерпретацию $\mathcal{J} = \mathcal{I} \setminus \{A\}$

$\mathcal{J} \not\models S_+ \cup S_- \cup S_x$, $\mathcal{J} \models S_-$ и $\mathcal{J} \models S_x \Rightarrow \mathcal{J} \not\models S_+$

$\mathcal{J} \not\models D_1 \vee A \Rightarrow \mathcal{J} \not\models D_1 \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_1$

$\mathcal{I} \not\models D_1$, $\mathcal{I} \not\models D_2 \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_1 \vee D_2$



Полнота резольютивного вывода

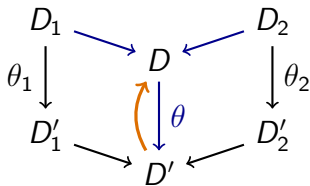
Лемма о подъёме для правила резолюции

Пусть:

- ▶ D_1, D_2 — дизъюнкты, и $\text{Var}_{D_1} \cap \text{Var}_{D_2} = \emptyset$
- ▶ D'_1, D'_2 — основные примеры дизъюнктов D_1 и D_2 соответственно
- ▶ D' — резольвента дизъюнктов D'_1, D'_2

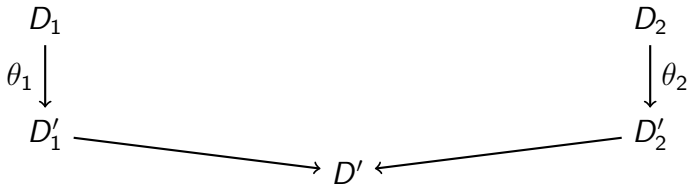
Тогда существует резольвента D дизъюнктов D_1, D_2 , примером которой является дизъюнкт D'

Где здесь “подъём”? Это подъём от частного случая к общему



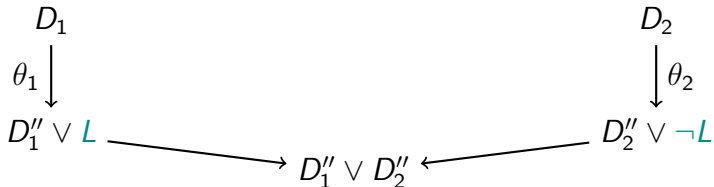
Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.



Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.



Выделим **контрарную пару**, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{array}{ccc} D_1''' \vee L_1 & & D_2''' \vee \neg L_2 \\ \theta_1 \downarrow & & \downarrow \theta_2 \\ D_1''' \theta_1 \vee L_1 \theta_1 & \longrightarrow & D_2''' \theta_2 \vee \neg L_2 \theta_2 \\ & \longrightarrow & \\ & D_1''' \theta_1 \vee D_2''' \theta_2 & \longleftarrow \end{array}$$

Выделим **контрарную пару**, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов, и **литеры** дизъюнктов D_1 , D_2 , порождающие эту пару

Без ограничения общности полагаем, что $\text{Dom}_{\theta_1} \cap \text{Dom}_{\theta_2} = \emptyset$

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{array}{ccc} D_1''' \vee L_1 & & D_2''' \vee \neg L_2 \\ \eta \downarrow & & \downarrow \eta \\ D_1''' \eta \vee L_1 \eta & \longrightarrow & D_2''' \eta \vee \neg L_2 \eta \\ & \searrow & \swarrow \\ & D_1''' \eta \vee D_2''' \eta & \end{array}$$

Выделим **контрарную пару**, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов, и **литеры** дизъюнктов D_1 , D_2 , порождающие эту пару

Без ограничения общности полагаем, что $\text{Dom}_{\theta_1} \cap \text{Dom}_{\theta_2} = \emptyset$

Тогда подстановка $\eta = \theta_1 \cup \theta_2$ — унификатор атомов L_1 , L_2

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

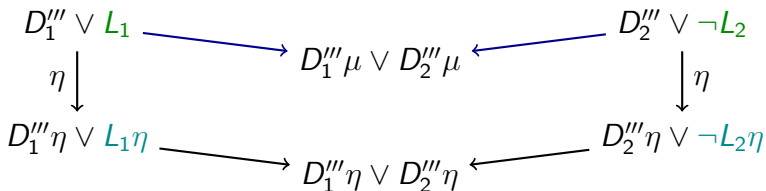
$$\begin{array}{ccc} D_1''' \vee L_1 & & D_2''' \vee \neg L_2 \\ \eta \downarrow & & \downarrow \eta \\ D_1''' \eta \vee L_1 \eta & \longrightarrow & D_1''' \eta \vee D_2''' \eta \\ & & \longleftarrow & D_2''' \eta \vee \neg L_2 \eta \end{array}$$

Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.



Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Тогда:

- ▶ $D_1''' \mu \vee D_2''' \mu$ — резольвента дизъюнктов D_1, D_2 по контрарной паре $L_1, \neg L_2$

Полнота резольтивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{array}{ccccc} D_1''' \vee L_1 & \longrightarrow & D_1''' \mu \vee D_2''' \mu & \longleftarrow & D_2''' \vee \neg L_2 \\ \mu\theta \downarrow & & & & \downarrow \mu\theta \\ D_1''' \mu\theta \vee L_1 \mu\theta & \longrightarrow & (D_1''' \mu \vee D_2''' \mu)\theta & \longleftarrow & D_2''' \mu\theta \vee \neg L_2 \mu\theta \\ & & \downarrow \theta & & \end{array}$$

Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Тогда:

- ▶ $D_1''' \mu \vee D_2''' \mu$ — резольвента дизъюнктов D_1, D_2 по контрарной паре $L_1, \neg L_2$
- ▶ существует подстановка θ , такая что $\eta = \mu\theta$



Полнота резолютивного вывода

Лемма о подъёме для правила склейки

Пусть:

- ▶ D'_1 — основной пример дизъюнкта D_1
- ▶ D' — склейка дизъюнкта D'_1

Тогда существует склейка дизъюнкта D_1 , основным примером которой является дизъюнкт D'

Доказательство леммы.

Доказывается аналогично лемме о подъёме для правила резолюции

Полнота резолютивного вывода

Теорема полноты резолютивного вывода

Из любой противоречивой системы дизъюнктов резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Доказательство теоремы.

Пусть S — противоречивая система дизъюнктов

Теорема Эрбрана: существует конечное противоречивое множество \mathcal{G} основных примеров дизъюнктов из S

Лемма об основных дизъюнктах: из \mathcal{G} резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Две леммы о подъёме: из S резолютивно выводим пустой дизъюнкт



Стратегии резолютивного вывода

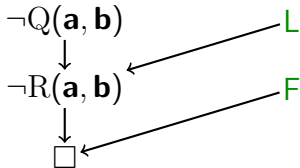
А если система противоречива и дизъюнкты выводятся из неё произвольно, то обязательно ли будет выведен \square ?

Нет, например:

(опускаем переход от дизъюнктов к их вариантам)

$$\left\{ \begin{array}{ll} R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & (F) \\ Q(\mathbf{x}, \mathbf{x}) & (R) \\ \neg Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee \neg Q(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}) & (T) \\ \neg R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) & (L) \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & \end{array} \right\}$$

Резолютивный вывод из этой системы может выглядеть так:



Стратегии резольтивного вывода

А если система противоречива и дизъюнкты выводятся из неё произвольно, то обязательно ли будет выведен \square ?

Нет, например:

(опускаем переход от дизъюнктов к их вариантам)

$$\left\{ \begin{array}{ll} R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & (F) \\ Q(\mathbf{x}, \mathbf{x}) & (R) \\ \neg Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee \neg Q(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}) & (T) \\ \neg R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) & (L) \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & \end{array} \right\}$$

Резольтивный вывод из этой системы может выглядеть так:

$$\begin{array}{c} \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ \downarrow \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{y}) \vee \neg Q(\mathbf{y}, \mathbf{b}) \\ \downarrow \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ \downarrow \\ \infty \end{array}$$

T
R

Стратегии резольтивного вывода

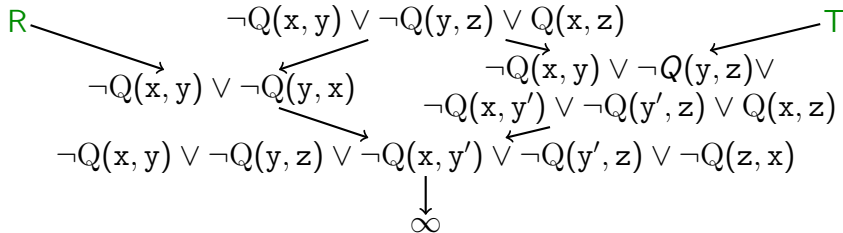
А если система противоречива и дизъюнкты выводятся из неё произвольно, то обязательно ли будет выведен \square ?

Нет, например:

(опускаем переход от дизъюнктов к их вариантам)

$$\left\{ \begin{array}{ll} R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & (F) \\ Q(\mathbf{x}, \mathbf{x}) & (R) \\ \neg Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee \neg Q(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{z}) & (T) \\ \neg R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \vee Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) & (L) \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & \end{array} \right\}$$

Резольтивный вывод из этой системы может выглядеть так:



Стратегии резолютивного вывода

От способа применения правил резолютивного вывода существенно зависит возможность вывести \square

Стратегия резолютивного вывода — это набор правил, согласно которым должны применяться правила резолюции и склейки при построении резолютивного вывода

Стратегия резолютивного вывода **полна**, если для любой противоречивой системы дизъюнктов существует успешный резолютивный вывод, построенный по этой стратегии

А какие бывают стратегии вывода?

Какие из них полные, а какие нет?

И зачем использовать неполные стратегии вывода?

Стратегии резолютивного вывода

Семантическая резолюция

Рассмотрим систему дизъюнктов S и интерпретацию \mathcal{I}

Разобьём S на две части, и будем их пополнять новыми дизъюнктами при построении вывода:

$$S_+^{\mathcal{I}} = \{D \mid \mathcal{I} \models D\}, \quad S_-^{\mathcal{I}} = \{D \mid \mathcal{I} \not\models D\}$$

Правило \mathcal{I} -резолюции — это правило резолюции, применённое к одному дизъюнкту из $S_+^{\mathcal{I}}$ и одному дизъюнкту из $S_-^{\mathcal{I}}$

\mathcal{I} -резолютивный вывод — это резолютивный вывод, в котором

- ▶ правило резолюции заменено на правило \mathcal{I} -резолюции
- ▶ правило вывода не применяется дважды к одному дизъюнкту (склейка) и к одной паре дизъюнктов (резолюция)

Стратегии резолютивного вывода

Пример \mathcal{I} -резолютивного вывода

Рассмотрим систему $S = \{\neg A \vee \neg B \vee C, A \vee C, B \vee C, \neg C\}$

и \mathcal{H} -интерпретацию $\mathcal{I} = \emptyset$

Тогда в \mathcal{I} -резолютивном выводе могут появиться такие дизъюнкты: (склейка опущена)

$$S_+^{\mathcal{I}} : \begin{aligned} D_1 &= \neg A \vee \neg B \vee C \\ D_2 &= \neg C \end{aligned}$$

$$S_-^{\mathcal{I}} : \begin{aligned} D_3 &= A \vee C \\ D_4 &= B \vee C \end{aligned}$$

$$D_5 = D_1 + D_3 = \neg B \vee C$$

$$D_6 = D_1 + D_4 = \neg A \vee C$$

$$D_7 = D_2 + D_3 = A$$

$$D_8 = D_2 + D_4 = B$$

$$D_9 = D_5 + D_8 = C$$

$$\square = D_9 + D_2$$

Стратегии резолютивного вывода

Теорема полноты \mathcal{I} -резолютивного вывода
 \mathcal{I} -резолютивный вывод полон для любой интерпретации \mathcal{I}

Доказательство.

Похоже на доказательство полноты резолютивного вывода



Стратегии резолютивного вывода

Входная резолюция

Рассмотрим систему дизъюнктов S

Выберем в системе S дизъюнкт D_0

Будем строить резолютивный вывод так:

- ▶ начнём с варианта дизъюнкта D_0
- ▶ на каждом шаге построения будем добавлять в вывод резольвенту D_{i+1} последнего полученного дизъюнкта D_i и какого-либо дизъюнкту из S

В результате будет построен **входной резолютивный вывод**, инициированный дизъюнктом D_0

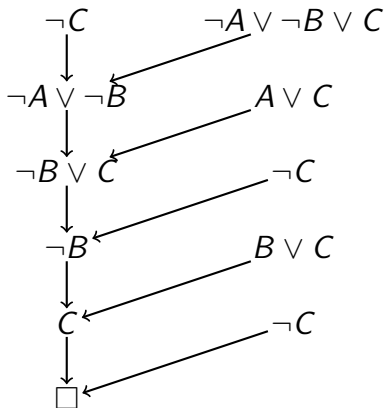
Входной резолютивный вывод **не является полным** (очевидно?)

Стратегии резолютивного вывода

Пример входного резолютивного вывода

$$S = \{\neg A \vee \neg B \vee C, A \vee C, B \vee C, \neg C\}$$

Входной резолютивный вывод из S , инициированный дизъюнктом $\neg C$, может выглядеть так:



Вычислительные возможности метода резолюций

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

I. Проверка общезначимости формул

Дано: формула φ

Узнать: $\stackrel{?}{\models} \varphi$

Решение:

- ▶ перейти к отрицанию формулы
- ▶ построить равносильную ПНФ
- ▶ построить равновыполнимую ССФ
- ▶ перейти к системе дизъюнктов
- ▶ резолютивно вывести \square

Вычислительные возможности метода резолюций

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

II. Проверка логического следования

Дано:

- ▶ база знаний: набор формул $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- ▶ запрос: формула φ

Узнать: следует ли запрос из базы знаний

Решение:

$$\begin{aligned} \{\varphi_1, \dots, \varphi_k\} \models \varphi \\ \Leftrightarrow \\ \models \varphi_1 \& \dots \& \varphi_k \rightarrow \varphi \end{aligned}$$

Проверка логического следования сведена к проверке общезначимости формулы

Вычислительные возможности метода резолюций

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

III. Проверка наличия логически следующих примеров

Дано:

- ▶ база знаний: набор дизъюнктов $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- ▶ запрос: атом $A(\tilde{x}^n)$

Узнать: верно ли, что хотя бы один основной пример запроса логически следует из базы знаний

Решение:

- ▶ выписываем систему дизъюнктов

$$S = \{\varphi_1, \dots, \varphi_k, \neg A(\tilde{x}^n)\}$$

- ▶ проверяем выводимость \square из S

Вычислительные возможности метода резолюций

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

IV. Вычисление логически следующих примеров

Дано:

- ▶ база знаний: набор дизъюнктов $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- ▶ запрос: атом $A(\tilde{x}^n)$

Узнать: какие основные примеры запроса логически следуют из базы знаний

Вычислительные возможности метода резолюций

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

IV. Вычисление логически следующих примеров

Решение:

- ▶ выписываем систему дизъюнктов

$$S = \{\varphi_1, \dots, \varphi_k, \neg A(\tilde{x}^n)\}$$

- ▶ резолютивно выводим \square из S
- ▶ выписываем **унификаторы** $\theta_1, \dots, \theta_m$, полученные при построении вывода
- ▶ последовательно применяем их к переменным запроса — и получаем **ответ**:

$$t_1 = x_1\theta_1 \dots \theta_m, \quad \dots, \quad t_n = x_n\theta_1 \dots \theta_m$$

А в каких случаях и как именно это работает?

Вычислительные возможности метода резолюций

Вот подходящий пример:

- ▶ Даша любит Сашу $\varphi_1 : L(\text{Даша}, \text{Саша})$
- ▶ Саша любит пиво $\varphi_2 : L(\text{Саша}, \text{пиво})$
- ▶ Паша любит пиво и всех тех, кто любит то же, что и он
 $\varphi_3 : L(\text{Паша}, \text{пиво})$
 $\varphi_4 : \forall x \forall y (\neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\text{Паша}, x))$

Кто любит Дашу?

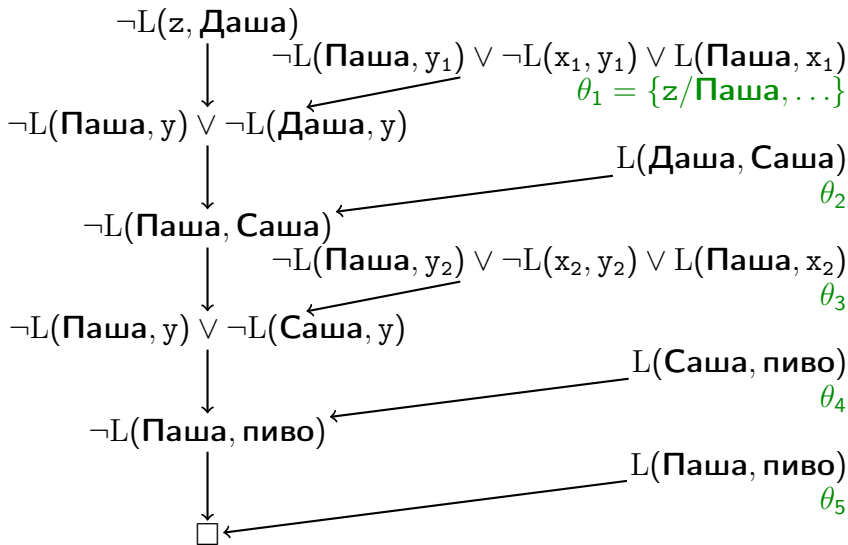
$$\varphi_0 : L(z, \text{Даша})$$

Система дизъюнктов:

$$S = \{\neg\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$$

Попробуем построить вывод \square из S

Вычислительные возможности метода резолюций



Вычислительные возможности метода резолюций

Какие же ответы мы можем из этого получить?

Система дизъюнктов S противоречива

Значит, кто-то любит Дашу

Но кто же это?

Вернёмся к запросу:

$L(z, \text{Даша})$

Попробуем применить унификаторы $\theta_1, \dots, \theta_5$ к переменной z :

$z \{z/\text{Паша}, \dots\} \theta_2\theta_3\theta_4\theta_5 = \text{Паша}$

Ответ готов!

Паша любит Дашу

Вопросы для самостоятельного размышления:

Кто любит пиво?

Кого любит пиво?

Вычислительные возможности метода резолюций

А для любых ли систем дизъюнктов можно подобным образом найти ответ?

Оказывается, **НЕТ**

Например, рассмотрим такую задачу:

Если вечером будет дождь,
то мы пойдём в кино,
а если дождя не будет, то в парк
Где мы проведём вечер?

Вычислительные возможности метода резолюций

Где мы проведём вечер?

Запишем задачу на языке логики предикатов

- ▶ константы: кино, парк
- ▶ R = “вечером будет дождь”
- ▶ $E(x)$ = “вечером мы пойдём в x ”

База знаний: $\{R \rightarrow E(\text{кино}), \neg R \rightarrow E(\text{парк})\}$

Запрос: $E(x)$

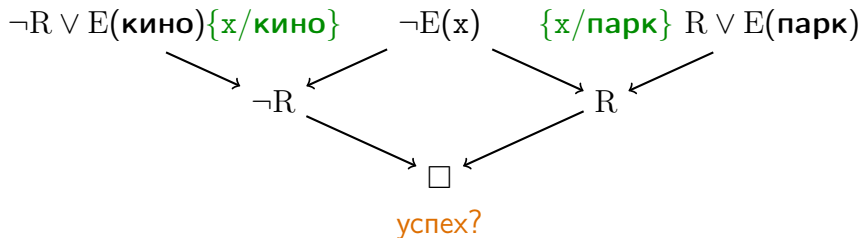
Получаем такую систему дизъюнктов:

$$S = \{\neg R \vee E(\text{кино}), R \vee E(\text{парк}), \neg E(x)\}$$

Попробуем построить резолютивный вывод \square из S

Вычислительные возможности метода резолюций

Где мы проведём вечер?



Результат: $\{R \rightarrow E(\text{кино}), \neg R \rightarrow E(\text{парк})\} \models \exists x E(x)$

Но куда же мы пойдём?

Всё, что мы можем сказать, — это: $x \in \{\text{кино}, \text{парк}\}$

Мы смогли доказать, что пойдём куда-нибудь вечером,
но не вычислили, куда именно

Вычислительные возможности метода резолюций

Чтобы резолютивный вывод мог служить средством вычисления, он должен быть **конструктивным**

Естественный способ гарантировать наличие конструктивного вывода — ограничить круг решаемых задач и методы их решения

Конструктивным является, например, **входной резолютивный вывод**, инициированный запросом задачи, если запрос используется **только** в начале вывода

Именно такой вывод был получен в задаче “о пиве”

А почему в задаче “о планах на вечер” не вышло построить конструктивный вывод?

Вычислительные возможности метода резолюций

Дизъюнкты базы знаний в задаче “о пиве” могут быть записаны в виде *позитивной импликации*

[если $\langle \text{атом} \rangle$ и $\langle \text{атом} \rangle$ и ... и $\langle \text{атом} \rangle$, то] $\langle \text{атом} \rangle$:

$L(\text{Даша}, \text{Саша})$

$L(\text{Саша}, \text{пиво})$

$L(\text{Паша}, \text{пиво})$

$L(\text{Паша}, y) \ \& \ L(x, y) \rightarrow L(\text{Паша}, x)$

В базе знаний задачи “о планах на вечер” оказался дизъюнкт, состоящий из двух положительных литер:

$R \vee E(\text{парк})$

Такой дизъюнкт нельзя записать в виде позитивной импликации

Вычислительные возможности метода резолюций

Хорновский дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий не более одной положительной литеры

Правило — это хорновский дизъюнкт, содержащий ровно одну литеру

Запрос — это хорновский дизъюнкт, не содержащий ни одной литеры

И чем же хороши хорновские дизъюнкты?

Вычислительные возможности метода резолюций

Утверждение. $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_k \vee B \approx A_1 \& \dots \& A_k \rightarrow B$

Утверждение. $\neg B_1 \vee \dots \vee \neg B_k \approx \neg(B_1 \& \dots \& B_k)$

Правило — это описание того,

- ▶ из каких фактов A_1, \dots, A_k мы можем необходимо получить факт B ,
- ▶ как решение задачи B сводится к решению задач A_1, \dots, A_k ,
- ▶ ...

Запрос — это

- ▶ набор фактов B_1, \dots, B_k , которые мы хотим получить,
- ▶ набор задач, которые хотим решить, обёрнутый отрицанием для проведения резолютивного вывода,
- ▶ ...

Вычислительные возможности метода резолюций

Утверждение. Не более одной литеры правила может образовывать контрарную пару с литерой запроса

Утверждение. Ни к какой паре запросов нельзя применить правило резолюции

Утверждение. Резольвента запроса и правила является запросом

Таким образом,

- ▶ входной вывод, инициированный запросом, для системы хорновских дизъюнктов, — это последовательное получение запросов, основанное на применении к ним правил базы знаний
- ▶ перебор всевозможных контрарных пар при получении следующей резольвенты — это перебор литер последнего полученного запроса

Вычислительные возможности метода резолюций

Структура **хорновских дизъюнктов** (*а также некоторые их свойства, не затрагиваемые в курсе*) идеально подходит для **эффективного** построения **входного вывода, инициированного запросом**

Входной вывод **конструктивен** систем хорновских дизъюнктов, то есть пригоден для решения задачи вычисления логически следующих из базы знаний примеров запроса

При этом хорновские дизъюнкты в сочетании с входным выводом оказываются настолько выразительными, а построение входного вывода — настолько эффективным, что часто именно такие дизъюнкты и такой вывод используются для решения **вычислительных** логических задач — например, в **логическом программировании, средствах автоматического доказательства теорем, логических средствах работы с базами данных, ...**

Конец лекции 9