Математическая логика

и логическое программирование

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

e-mail:
valdus@yandex.ru

2016, весенний семестр

Лекция 9

Полнота резолютивного вывода

Стратегии резолютивного вывода

Резолютивный вывод
в логическом программировании

Полнота резолютивного вывода

Теорема полноты резолютивного вывода
Из любой противоречивой системы дизъюнктов резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Идея доказательства:

- рассмотрим конечное противоречивое множество $\mathcal{G}$ основных примеров дизъюнктов исходной системы S
(теорема Эрбрана)

- покажем, что из $\mathcal{G}$ резолютивно выводим $\square$
(*лемма об основных дизъюнктах*)

- по выводу $\square$ из $\mathcal{G}$ построим вывод $\square$ из S
(*лемма о подъёме*)

Полнота резолютивного вывода

Лемма об основных дизъюнктах

Из любой конечной противоречивой системы основных дизъюнктов резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Доказательство леммы.

Покажем выводимость $\square$ из противоречивой системы S индукцией по числу $\|S\|$ различных атомов, содержащихся в дизъюнктах S

База индукции: $\|S\| = 0$

Система S противоречива $\Rightarrow S \neq \emptyset \Rightarrow S = \{\square\}$

Индуктивный переход: $\|S\| = N > 0$

Рассмотрим атом A, содержащийся в дизъюнктах S

Удалим из S все дизъюнкты вида $D \vee A \vee \neg A$ и склеим повторяющиеся литеры A, $\neg A$ в каждом дизъюнкте

Полученная система S^{nt} противоречива, и если $\square$ выводим из S^{nt}, то $\square$ выводим и из S (очевидно?)

Если $\|S^{nt}\| < N$, то индуктивный переход доказан

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

Индуктивный переход: S^{nt} противоречива; $\|S^{nt}\| = N > 0$

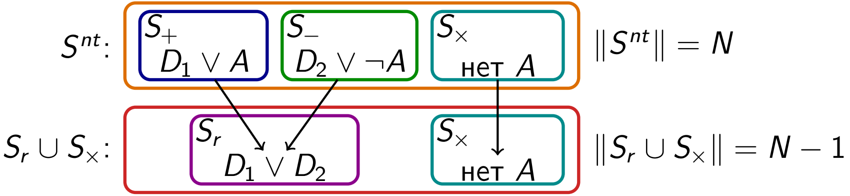
Разобьём S^{nt} на три подсистемы:

1. $S_+ = \{D \mid D \in S^{nt},\ D = D' \vee A\}$
2. $S_- = \{D \mid D \in S^{nt},\ D = D' \vee \neg A\}$
3. $S_\times = S^{nt} \setminus (S_+ \cup S_-)$

Построим все резольвенты по контрарной паре A, $\neg A$:

$$S_r = \{D_1 \vee D_2 \mid D_1 \vee A \in S_+,\ D_2 \vee \neg A \in S_-\}$$

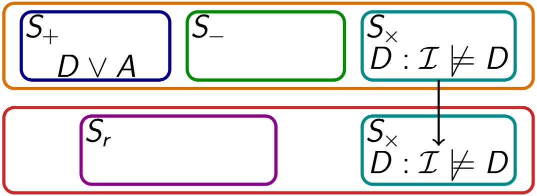
Если $\square$ выводим из $S_r \cup S_\times$, то $\square$ выводим и из S^{nt}, а значит, достаточно показать, что $S_r \cup S_\times$ — противоречивая система



Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

Индуктивный переход: S^{nt} противоречива; $\|S^{nt}\| = N > 0$



Рассмотрим **произвольную** интерпретацию $\mathcal{I}$

Покажем, что $\mathcal{I} \not\models S_r \cup S_\times$

Теорема об $\mathcal{H}$-интерпретациях: **без ограничения общности** считаем, что $\mathcal{I}$ — $\mathcal{H}$-интерпретация

Положим $\mathcal{I} \models A$ (для $\mathcal{I} \not\models A$ всё аналогично)

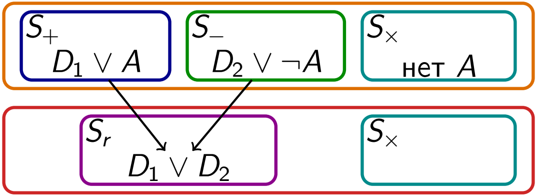
$\mathcal{I} \not\models S_+ \cup S_- \cup S_\times$ и $\mathcal{I} \models S_+ \Rightarrow \mathcal{I} \not\models S_- \cup S_\times$

Случай 1: $\mathcal{I} \not\models S_\times$ Очевидно

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

Индуктивный переход: S^{nt} противоречива; $\|S^{nt}\| = N > 0$



Случай 2: $\mathcal{I} \models A$, $\mathcal{I} \models S_\times$ и $\mathcal{I} \not\models S_-$

$\mathcal{I} \not\models D_2 \vee \neg A \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_2$

Рассмотрим $\mathcal{H}$-интерпретацию $\mathcal{J} = \mathcal{I} \setminus \{A\}$

$\mathcal{J} \not\models S_+ \cup S_- \cup S_\times$, $\mathcal{J} \models S_-$ и $\mathcal{J} \models S_\times \Rightarrow \mathcal{J} \not\models S_+$

$\mathcal{J} \not\models D_1 \vee A \Rightarrow \mathcal{J} \not\models D_1 \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_1$

$\mathcal{I} \not\models D_1$, $\mathcal{I} \not\models D_2 \Rightarrow \mathcal{I} \not\models D_1 \vee D_2$

▼

Полнота резолютивного вывода

Лемма о подъёме для правила резолюции

Пусть:

- D_1, D_2 — дизъюнкты, и $\mathrm{Var}_{D_1} \cap \mathrm{Var}_{D_2} = \emptyset$
- D_1', D_2' — основные примеры дизъюнктов D_1 и D_2 соответственно
- D' — резольвента дизъюнктов D_1', D_2'

Тогда существует резольвента D дизъюнктов D_1, D_2, примером которой является дизъюнкт D'

Где здесь "подъём"? Это подъём от частного случая к общему

$$
\begin{tikzcd}
D_1 \arrow[dr] \arrow[dd, "\theta_1"'] & & D_2 \arrow[dl] \arrow[dd, "\theta_2"] \\
& D \arrow[dd, "\theta"] & \\
D_1' \arrow[dr] & & D_2' \arrow[dl] \\
& D' \arrow[uu, bend left] &
\end{tikzcd}
$$

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{tikzcd}
D_1 \arrow[d, "\theta_1"'] & & D_2 \arrow[d, "\theta_2"] \\
D_1' \arrow[dr] & & D_2' \arrow[dl] \\
& D' &
\end{tikzcd}$$

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{tikzcd}
D_1 \arrow[d, "\theta_1"'] & & D_2 \arrow[d, "\theta_2"] \\
D_1'' \vee L \arrow[r] & D_1'' \vee D_2'' & D_2'' \vee \neg L \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Выделим контрарную пару, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
D_1''' \vee L_1 \arrow[d, "\theta_1"'] & & D_2''' \vee \neg L_2 \arrow[d, "\theta_2"] \\
D_1'''\theta_1 \vee L_1\theta_1 \arrow[r] & D_1'''\theta_1 \vee D_2'''\theta_2 & D_2'''\theta_2 \vee \neg L_2\theta_2 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Выделим контрарную пару, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов, и литеры дизъюнктов D_1, D_2, порождающие эту пару

Без ограничения общности полагаем, что $\mathrm{Dom}_{\theta_1} \cap \mathrm{Dom}_{\theta_2} = \emptyset$

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{tikzcd}
D_1''' \vee L_1 \arrow[d, "\eta"'] & & D_2''' \vee \neg L_2 \arrow[d, "\eta"] \\
D_1'''\eta \vee L_1\eta \arrow[r] & D_1'''\eta \vee D_2'''\eta & D_2'''\eta \vee \neg L_2\eta \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Выделим контрарную пару, по которой строилась резольвента основных дизъюнктов, и литеры дизъюнктов D_1, D_2, порождающие эту пару

Без ограничения общности полагаем, что $\mathrm{Dom}_{\theta_1} \cap \mathrm{Dom}_{\theta_2} = \emptyset$

Тогда подстановка $\eta = \theta_1 \cup \theta_2$ — унификатор атомов L_1, L_2

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$
\begin{tikzcd}
D_1''' \vee L_1 \arrow[d, "\eta"'] & & D_2''' \vee \neg L_2 \arrow[d, "\eta"] \\
D_1'''\eta \vee L_1\eta \arrow[r] & D_1'''\eta \vee D_2'''\eta & D_2'''\eta \vee \neg L_2\eta \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$
\begin{tikzcd}
D_1''' \vee L_1 \arrow[dr] \arrow[dd, "\eta"'] & & D_2''' \vee \neg L_2 \arrow[dl] \arrow[dd, "\eta"] \\
& D_1'''\mu \vee D_2'''\mu & \\
D_1'''\eta \vee L_1\eta \arrow[dr] & & D_2'''\eta \vee \neg L_2\eta \arrow[dl] \\
& D_1'''\eta \vee D_2'''\eta &
\end{tikzcd}
$$

Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Тогда:

- $D_1'''\mu \vee D_2'''\mu$ — резольвента дизъюнктов D_1, D_2 по контрарной паре L_1, $\neg L_2$

Полнота резолютивного вывода

Доказательство леммы.

$$\begin{tikzcd}
D_1''' \vee L_1 \arrow[r] \arrow[d, "\mu\theta"'] & D_1'''\mu \vee D_2'''\mu \arrow[d, "\theta"] & D_2''' \vee \neg L_2 \arrow[l] \arrow[d, "\mu\theta"] \\
D_1'''\mu\theta \vee L_1\mu\theta \arrow[r] & (D_1'''\mu \vee D_2'''\mu)\theta & D_2'''\mu\theta \vee \neg L_2\mu\theta \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Теорема об унификации:

существует наиболее общий унификатор μ атомов L_1, L_2

Тогда:

- $D_1'''\mu \vee D_2'''\mu$ — резольвента дизъюнктов D_1, D_2 по контрарной паре L_1, $\neg L_2$
- существует подстановка θ, такая что $\eta = \mu\theta$ ▼

Полнота резолютивного вывода

Лемма о подъёме для правила склейки

Пусть:

- D_1' — основной пример дизъюнкта D_1
- D' — склейка дизъюнкта D_1'

Тогда существует склейка дизъюнкта D_1, основным примером которой является дизъюнкт D'

Доказательство леммы.

Доказывается аналогично лемме о подъёме для правила резолюции

Полнота резолютивного вывода

Теорема полноты резолютивного вывода
Из любой противоречивой системы дизъюнктов резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Доказательство теоремы.

Пусть S — противоречивая система дизъюнктов

Теорема Эрбрана: существует конечное противоречивое множество $\mathcal{G}$ основных примеров дизъюнктов из S

Лемма об основных дизъюнктах: из $\mathcal{G}$ резолютивно выводим пустой дизъюнкт

Две леммы о подъёме: из S резолютивно выводим пустой дизъюнкт ▼

Стратегии резолютивного вывода

А если система противоречива, то обязательно ли из неё рано или поздно будет выведен $\square$?

Нет, **например:**

(переменные различных дизъюнктов считаем различными)

$$\left\{\begin{array}{ll}
R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & (F) \\
Q(x, x) & (R) \\
\neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, z) \vee Q(x, z) & (T) \\
\neg R(x, y) \vee Q(x, y) & (L) \\
\neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &
\end{array}\right\}$$

Резолютивный вывод из этой системы может выглядеть так:

$$\begin{array}{ccc}
\neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & & L \\
\downarrow & \swarrow & \\
\neg R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & & F \\
\downarrow & \swarrow & \\
\square & &
\end{array}$$

Стратегии резолютивного вывода

А если система противоречива, то обязательно ли из неё рано или поздно будет выведен $\square$?

Нет, **например:**

(переменные различных дизъюнктов считаем различными)

$$\left\{\begin{array}{ll} R(\mathbf{a},\mathbf{b}) & \text{(F)} \\ Q(x,x) & \text{(R)} \\ \neg Q(x,y) \lor \neg Q(y,z) \lor Q(x,z) & \text{(T)} \\ \neg R(x,y) \lor Q(x,y) & \text{(L)} \\ \neg Q(\mathbf{a},\mathbf{b}) & \end{array}\right\}$$

Резолютивный вывод из этой системы может выглядеть так:

$$\begin{tikzcd}
\neg Q(\mathbf{a},\mathbf{b}) \arrow[d] & \text{T} \arrow[dl] \\
\neg Q(\mathbf{a},y) \lor \neg Q(y,\mathbf{b}) \arrow[d] & \text{R} \arrow[dl] \\
\neg Q(\mathbf{a},\mathbf{b}) \arrow[d] & \\
\infty &
\end{tikzcd}$$

Стратегии резолютивного вывода

А если система противоречива, то обязательно ли из неё рано или поздно будет выведен $\square$?

Нет, **например:**

(переменные различных дизъюнктов считаем различными)

$$\left\{\begin{array}{ll} R(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & (F) \\ Q(x, x) & (R) \\ \neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, z) \vee Q(x, z) & (T) \\ \neg R(x, y) \vee Q(x, y) & (L) \\ \neg Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}) & \end{array}\right\}$$

Резолютивный вывод из этой системы может выглядеть так:

R $\qquad \neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, z) \vee Q(x, z) \qquad$ T

$$\neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, x)$$

$$\neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, z) \vee$$
$$\neg Q(x, y') \vee \neg Q(y', z) \vee Q(x, z)$$

$$\neg Q(x, y) \vee \neg Q(y, z) \vee \neg Q(x, y') \vee \neg Q(y', z) \vee \neg Q(z, x)$$

$$\downarrow$$

$$\infty$$

Стратегии резолютивного вывода

От способа применения правил резолютивного вывода существенно зависит возможность вывести $\square$

Стратегия резолютивного вывода — это набор ограничений на способ применения правил резолюции и склейки

Стратегия резолютивного вывода полна, если вывод, построенный по этой стратегии, обязательно оканчивается пустым дизъюнктом

А какие бывают стратегии вывода?

Какие из них полные, а какие нет?

И зачем использовать неполные стратегии вывода?

Стратегии резолютивного вывода

Семантическая резолюция

Рассмотрим систему дизъюнктов S и интерпретацию $\mathcal{I}$

Разобьём S на две части, и будем их пополнять новыми дизъюнктами при построении вывода:

$$S_+^{\mathcal{I}} = \{D \mid \mathcal{I} \models D\}, \qquad S_-^{\mathcal{I}} = \{D \mid \mathcal{I} \not\models D\}$$

Правило $\mathcal{I}$-резолюции — это правило резолюции, применённое к одному дизъюнкту из $S_+^{\mathcal{I}}$ и одному дизъюнкту из $S_-^{\mathcal{I}}$

$\mathcal{I}$-резолютивный вывод — это резолютивный вывод, в котором

- правило резолюции заменено на правило $\mathcal{I}$-резолюции
- правило вывода не применяется дважды к одному дизъюнкту (паре дизъюнктов для правила резолюции)

Стратегии резолютивного вывода

Пример $\mathcal{I}$-резолютивного вывода

Рассмотрим систему $S = \{\neg A \vee \neg B \vee C,\ A \vee C,\ B \vee C,\ \neg C\}$

и $\mathcal{H}$-интерпретацию $\mathcal{I} = \emptyset$

Тогда в $\mathcal{I}$-резолютивном выводе могут появиться такие дизъюнкты: (без учёта склейки)

$$S_+^{\mathcal{I}}: \quad D_1 = \neg A \vee \neg B \vee C \qquad\qquad S_-^{\mathcal{I}}: \quad D_3 = A \vee C$$

$$D_2 = \neg C \qquad\qquad D_4 = B \vee C$$

$$D_5 = D_1 + D_3 = \neg B \vee C \qquad\qquad D_7 = D_2 + D_3 = A$$

$$D_6 = D_1 + D_4 = \neg A \vee C \qquad\qquad D_8 = D_2 + D_4 = B$$

$$D_9 = D_5 + D_8 = C$$

$$\square = D_9 + D_2$$

Стратегии резолютивного вывода

Теорема полноты $\mathcal{I}$-резолютивного вывода
$\mathcal{I}$-резолютивный вывод полон для любой интерпретации $\mathcal{I}$

Доказательство.

Самостоятельно

(похоже на доказательство полноты резолютивного вывода)

Стратегии резолютивного вывода

Входная резолюция

Рассмотрим систему дизъюнктов S

Выберем в системе S дизъюнкт D_0

Будем строить резолютивный вывод так:

- получим резольвенту D_1 из D_0 и любого дизъюнкта из S
- i-ю резольвенту получим из $(i-1)$-й резольвенты и любого дизъюнкта из S

В результате будет построен входной резолютивный вывод, инициированный дизъюнктом D_0

Входной резолютивный вывод не является полным

(это очевидно)

Стратегии резолютивного вывода

Пример входного резолютивного вывода

$$S = \{\neg A \vee \neg B \vee C,\ A \vee C,\ B \vee C,\ \neg C\}$$

Входной резолютивный вывод из S, инициированный дизъюнктом $\neg C$, может выглядеть так:

$$\begin{tikzcd}
\neg C \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \vee C \arrow[dl] \\
\neg A \vee \neg B \arrow[d] & A \vee C \arrow[dl] \\
\neg B \vee C \arrow[d] & \neg C \arrow[dl] \\
\neg B \arrow[d] & B \vee C \arrow[dl] \\
C \arrow[d] & \neg C \arrow[dl] \\
\square &
\end{tikzcd}$$

Резолютивный вывод в логическом программировании

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

I. Проверка общезначимости формул

Дано: формула φ

Узнать: $\overset{?}{\models} \varphi$

Решение:

- перейти к отрицанию формулы
- построить равносильную ПНФ
- построить равновыполнимую ССФ
- перейти к системе дизъюнктов
- резолютивно вывести $\square$

Резолютивный вывод в логическом программировании

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

II. Проверка логического следования

Дано:

- **база знаний**: набор формул $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- **запрос**: формула φ

Узнать: следует ли запрос из базы знаний

Решение:

$$\{\varphi_1, \dots, \varphi_k\} \models \varphi$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\models \varphi_1 \,\&\, \dots \,\&\, \varphi_k \to \varphi$$

Проверка логического следования сведена к проверке общезначимости формулы

Резолютивный вывод в логическом программировании

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

III. Проверка возможности логического следования

Дано:

- **база знаний**: набор дизъюнктов $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- **запрос**: атом $\mathrm{A}(\widetilde{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}})$

Узнать: можно ли подобрать такие значения переменных $\widetilde{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}}$, чтобы запрос следовал из базы знаний

Решение:

- выписываем систему дизъюнктов
$$S = \{\varphi_1, \dots, \varphi_k, \neg\mathrm{A}(\widetilde{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}})\}$$
- резолютивно выводим $\square$ из S

Резолютивный вывод в логическом программировании

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

IV. Вычисление возможности логического следования

Дано:

- **база знаний**: набор дизъюнктов $\varphi_1, \dots, \varphi_k$
- **запрос**: атом $\mathrm{A}(\widetilde{\mathtt{x}}^{\mathtt{n}})$

Узнать: значения переменных $\widetilde{\mathtt{x}}^{\mathtt{n}}$, при которых запрос логически следует из базы знаний

Резолютивный вывод в логическом программировании

Для решения каких задач пригоден метод резолюций?

IV. Вычисление возможности логического следования

Решение:

- выписываем систему дизъюнктов
$$S = \{\varphi_1, \dots, \varphi_k, \neg \mathrm{A}(\widetilde{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}})\}$$
- резолютивно выводим $\square$ из S
- выписываем **унификаторы** $\theta_1, \dots, \theta_m$, полученные при построении вывода
- последовательно применяем их к переменным запроса — и получаем **ответ**:
$$t_1 = \mathrm{x}_1\theta_1 \dots \theta_m, \quad \dots, \quad t_n = \mathrm{x}_\mathrm{n}\theta_1 \dots \theta_m$$

А как это вообще работает?

Резолютивный вывод в логическом программировании

Вот подходящий пример:

- Даша любит Сашу $\qquad \varphi_1 : \mathrm{L}(\textbf{Даша}, \textbf{Саша})$
- Саша любит пиво $\qquad \varphi_2 : \mathrm{L}(\textbf{Саша}, \textbf{пиво})$
- Паша любит пиво и всех тех, кто любит то же, что и он

  $\varphi_3 : \mathrm{L}(\textbf{Паша}, \textbf{пиво})$

  $\varphi_4 : \forall \mathrm{x}\, \forall \mathrm{y}\, (\neg \mathrm{L}(\textbf{Паша}, \mathrm{y}) \vee \neg \mathrm{L}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \vee \mathrm{L}(\textbf{Паша}, \mathrm{x}))$

Кто любит Дашу?

$$\varphi_0 : \mathrm{L}(\mathrm{z}, \textbf{Даша})$$

Система дизъюнктов:

$$S = \{\neg\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$$

Попробуем построить вывод $\Box$ из S

Резолютивный вывод в логическом программировании

$$\neg L(z, \textbf{Даша})$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, y_1) \lor \neg L(x_1, y_1) \lor L(\textbf{Паша}, x_1)$$

$$\theta_1 = \{z/\textbf{Паша}, \ldots\}$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, y) \lor \neg L(\textbf{Даша}, y)$$

$$L(\textbf{Даша}, \textbf{Саша})$$

$$\theta_2$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, \textbf{Саша})$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, y_2) \lor \neg L(x_2, y_2) \lor L(\textbf{Паша}, x_2)$$

$$\theta_3$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, y) \lor \neg L(\textbf{Саша}, y)$$

$$L(\textbf{Саша}, \textbf{пиво})$$

$$\theta_4$$

$$\neg L(\textbf{Паша}, \textbf{пиво})$$

$$L(\textbf{Паша}, \textbf{пиво})$$

$$\theta_5$$

$$\square$$

Резолютивный вывод в логическом программировании

Какие же ответы мы можем из этого получить?

Система дизъюнктов S **противоречива**

Значит, кто-то любит Дашу

Но кто же это?

Вернёмся к запросу:

$$\mathrm{L}(\mathtt{z}, \textbf{Даша})$$

Попробуем применить унификаторы $\theta_1, \ldots, \theta_5$ к переменной $\mathtt{z}$:

$$\mathtt{z}\,\{\mathrm{z}/\textbf{Паша}, \ldots\}\,\theta_2\theta_3\theta_4\theta_5 = \textbf{Паша}$$

Ответ готов!

Паша любит Дашу

Вопросы для самостоятельного размышления:

А кто любит пиво?

А кого любит пиво?

Резолютивный вывод в логическом программировании

А для любых ли систем дизъюнктов можно подобным образом найти ответ?

Оказывается, нет

Например, рассмотрим такую задачу:

Если вечером будет дождь,
то мы пойдём в кино,
а если дождя не будет, то в парк

Где мы проведём вечер?

Резолютивный вывод в логическом программировании

Где мы проведём вечер?

Запишем задачу на языке логики предикатов

- константы: **кино**, **парк**
- R = "вечером будет дождь"
- $\mathrm{E}(\mathrm{x})$ = "вечером мы пойдём в x"

База знаний: $\{\mathrm{R} \to \mathrm{E}(\textbf{кино}),\ \neg\mathrm{R} \to \mathrm{E}(\textbf{парк})\}$

Запрос: $\mathrm{E}(\mathrm{x})$

Получаем такую систему дизъюнктов:

$$S = \{\neg\mathrm{R} \vee \mathrm{E}(\textbf{кино}),\ \mathrm{R} \vee \mathrm{E}(\textbf{парк}),\ \neg\mathrm{E}(\mathrm{x})\}$$

Попробуем построить резолютивный вывод $\square$ из S

Резолютивный вывод в логическом программировании

Где мы проведём вечер?

$$\begin{tikzcd}
\neg R \vee E(\textbf{кино})\{x/\textbf{кино}\} \arrow[dr] & & \neg E(x) \arrow[dl] \arrow[dr] & & \{x/\textbf{парк}\}\ R \vee E(\textbf{парк}) \arrow[dl] \\
& \neg R \arrow[dr] & & R \arrow[dl] & \\
& & \square & &
\end{tikzcd}$$

успех?

Результат: $\{R \to E(\textbf{кино}),\ \neg R \to E(\textbf{парк})\} \models \exists x\, E(x)$

Но куда же мы пойдём?

Всё, что мы можем сказать, — это: $x \in \{\textbf{кино}, \textbf{парк}\}$

Мы смогли **доказать**, что пойдём куда-нибудь вечером, но **не вычислили**, куда именно

Резолютивный вывод в логическом программировании

Чтобы резолютивный вывод мог служить средством вычисления, он должен быть **конструктивным**

Естественный способ гарантировать наличие конструктивного вывода — ограничить круг решаемых задач и методы их решения

Конструктивным является, например, входной резолютивный вывод, инициированный запросом к задаче, если запрос используется **только** в начале вывода

Именно такой вывод был получен в задаче “о пиве”

Какие же выбрать системы дизъюнктов, чтобы уметь выводить из них $\Box$ с помощью только входных выводов?

При этом ограничения на системы дизъюнктов должны быть выбраны так, чтобы ими можно было описывать достаточно широкий класс задач

Резолютивный вывод в логическом программировании

В качестве таких систем могут быть выбраны

системы хорновских дизъюнктов

Хорновский дизъюнкт — это дизъюнкт, содержащий **не более одной положительной литеры**[1]

Например, такие дизъюнкты являются хорновскими:

- $\neg L(\textbf{Паша}, y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\textbf{Паша}, x)$
- $\neg R \vee E(\textbf{кино})$
- $\neg L(z, \textbf{Даша})$

А дизъюнкт

- $R \vee E(\textbf{парк})$

не является хорновским

[1] Лекция 8: это литера без отрицания

Резолютивный вывод в логическом программировании

Как можно трактовать хорновские дизъюнкты?

$$\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_n \vee A \approx A_1 \,\&\, \ldots \,\&\, A_n \to A$$

"если выполнены условия $A_1, \ldots, A_n$, то утверждение A верно"

Так обычно формулируются позитивные знания

$$\neg C_1 \vee \cdots \vee \neg C_n \approx \neg(C_1 \,\&\, \ldots \,\&\, C_n)$$

Это отрицание **запроса** вида

"могут ли условия $C_1, \ldots, C_n$ одновременно выполняться, и если да, то в каком случае?"

Так обычно формулируется то, что мы хотим выяснить/узнать/спросить/...

Резолютивный вывод в логическом программировании

А что получится, если ограничиться только **хорновскими дизъюнктами** и особого вида **входным выводом**?

Тогда

- база знаний становится естественной формой записи простых причинно-следственных взаимоотношений между явлениями окружающего мира (логической программой)
- запрос становится естественной формой записи простых вопросов об истинности фактов (запросом к программе)
- резолютивное опровержение становится **конструктивным** (вычислением логической программы)

Именно в таком виде: хорновские дизъюнкты и входной вывод, инициированный запросом — метод резолюций применяется как (математическая) основа

логического программирования

Конец лекции 9