

# Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

## Блок 32

Задача избрания лидера:  
основные определения и допущения,  
избрание лидера INF-алгоритмом

Лектор:  
**Подымов Владислав Васильевич**  
E-mail:  
**valdus@yandex.ru**

**Задача избрания лидера** в распределённой системе состоит в том, чтобы перевести систему

- ▶ из конфигурации, в которой все узлы находятся в одинаковых состояниях
- ▶ в заключительную конфигурацию, в которой
  - ▶ ровно один узел обозначен как **лидер** и
  - ▶ этот и только этот узел осведомлён о том, что он лидер

Необходимость в решении этой задачи возникает во всех тех случаях, когда требуется среди множества неразличимых узлов особо выделить один:

- ▶ инициатор волны
- ▶ место сбора данных
- ▶ место принятия решения
- ▶ центр координации
- ▶ ...

**Алгоритм избрания лидера** — это распределённый алгоритм, обладающий следующими свойствами

1. **Однородность**: системы переходов всех узлов одинаковы
2. **Завершаемость**: все вычисления алгоритма конечны
3. **Успешность выборов**: в любой заключительной конфигурации ровно один узел считает себя лидером, а остальные считают себя проигравшими

Будем полагать, что узел

- ▶ **избран** (считает себя лидером), если он хотя бы раз выполнил команду `leader`, и
- ▶ **проиграл** (считает себя проигравшим), если он хотя бы раз выполнил команду `lost`

Требование выполнения `lost` можно было бы опустить, сказав, что

- ▶ лидер может оповестить о себе все узлы при помощи волны и
- ▶ каждый узел, получив оповещение, считает себя проигравшим

Но **по умолчанию** будем избегать неявного использования волновых алгоритмов и считать, что команда `lost` должна быть выполнена явно

## Алгоритм избрания лидера с такими ограничениями, как правило, невозможен

Чтобы в этом убедиться, достаточно рассмотреть систему из двух узлов с соединяющим их двусторонним (неориентированным) надёжным каналом

Если канал пересылает сообщения за одинаковое время в обе стороны, то согласно **однородности** существует вычисление системы, в котором узлами выполняются одинаковые последовательности действий

В заключительной конфигурации этого вычисления (существующей согласно **завершаемости**) узлы находятся в одинаковых состояниях, поэтому если один из них считает себя лидером, то и второй тоже (что противоречит **успешности выборов**)

Поэтому в алгоритмах избрания лидера принято ослаблять требование однородности, внося в узлы (достаточно малые и естественные) различия в начальных знаниях

В ослабленном требовании однородности (**однородность\***) будем допускать следующие различия узлов:

1. Узлам сопоставлены уникальные **идентификаторы**

- ▶ Идентификаторы разрешено сравнивать отношениями  $=$ ,  $<$  и т.п. как элементы **линейно упорядоченного множества**, и больше про их природу ничего не известно
- ▶ Каждый узел знает свой идентификатор и больше ничего не знает про идентификаторы

2. Каждому узлу присвоена одна из двух **ролей**: **инициатор** или **последователь**

- ▶ Этими ролями задаются те же ограничения на первое действие, что и для **волновых алгоритмов**
- ▶ Каждый узел знает свою роль и больше ничего не знает про роли
- ▶ Алгоритм **предназначается** для любого непустого множества инициаторов

Иногда будем уточнять способ избрания лидера *типовым способом* (**избрание наименьшего**): лидером избирается узел, имеющий **наименьший** идентификатор

Свойство успешности выборов с избранием наименьшего будем обозначать как **успешность выборов\***

Ограничение однородности\* будет использоваться всегда, а при использовании успешности выборов\* соответствующие задача и алгоритм будут называться **задачей избрания лидера\*** и **алгоритмом избрания лидера\***

Иногда встречаются и другие уточнения — например:

- ▶ Нет последователей, то есть все узлы — инициаторы
  - ▶ Будем это уточнение отмечать припиской «**без последователей**»
- ▶ Лидер избирается не среди всех, а среди выделенного множества (остальные узлы участвуют в алгоритме, но обязательно проигрывают, и их идентификаторы не учитываются)  
Например, только среди инициаторов
  - ▶ Будем это уточнение отмечать припиской «**среди инициаторов**»

Решение задачи избрания лидера\* можно основать на INF-алгоритме:

1. В каждом узле  $p$  вычисляется точная нижняя грань  $inf_p$  идентификаторов всех узлов
2. Вычисленное значение  $inf_p$  сравнивается с идентификатором  $p$ , и в зависимости от результата сравнения узел  $p$  избирается или проигрывает

**Д.з 1.** Предложить псевдокод алгоритма избрания лидера, основанного на заданном INF-алгоритме  $\mathcal{A}$ , допускающем произвольный выбор узла  $p$ , в котором вычисляется точная нижняя грань. Доказать, считая известными свойства INF-алгоритмов, что этот алгоритм избрания лидера является волновым, если принятием решения является избрание. Оценить коммуникационную сложность этого алгоритма на основании сложности INF-алгоритма относительно числа узлов