Математические методы верификации схем и программ

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математические методы верификации схем и программ

Семинар 2

Модели Крипке
LTL
Безопасность и живость
Справедливость

Проводит:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, осенний семестр

Упражнение 1

Построить модель Крипке над заданным множеством атомарных высказываний для заданной системы

Система состоит из двух параллельно выполняющихся программ:

$$\mathtt{x} := 1;\ \mathtt{y} := 2; \qquad\qquad \mathtt{y} := 1;\ \mathtt{x} := 2;$$

Программы выполняются на оценке данных $\{\mathtt{x}/0, \mathtt{y}/0\}$

Атомарные высказывания: $\mathtt{x} = i$ и $\mathtt{y} = i$,
$i \in \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$

Упражнение 1

Построить модель Крипке над заданным множеством атомарных высказываний для заданной системы

Система состоит из двух параллельно выполняющихся программ, каждая из которых имеет вид $\mathtt{x} := \mathtt{x} + \mathtt{x}$;

Программы выполняются на оценке данных $\{\mathtt{x}/1\}$ для общей переменной $\mathtt{x}$

Атомарные высказывания: $\mathtt{x} = i \quad , i \in \mathbb{Z}$

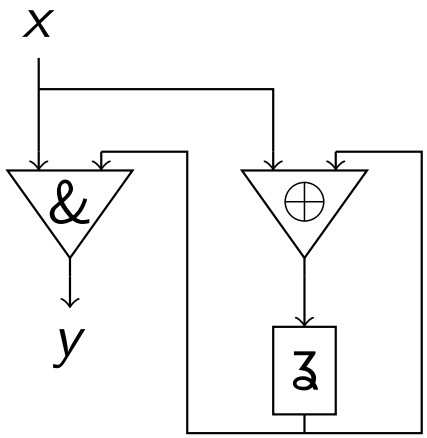
Усложнённый вариант: присваивание суммы реализовано в как три атомарных действия:

1. получить значение левого аргумента суммы
2. получить значение правого аргумента суммы
3. сохранить сумму полученных значений в целевую переменную

Упражнение 1

Построить модель Крипке над заданным множеством атомарных высказываний для заданной системы

Система: схема из функциональных элементов с задержкой



Атомарные высказывания: $(i \in \{0, 1\})$

- x_i: входное значение x есть i
- y_i: выходное значение y есть i

Упражнение 1

Построить модель Крипке над заданным множеством атомарных высказываний для заданной системы

Система: головоломка про волка, козу и капусту

Гранулярность переходов:

1. посадка, плавание и высадка — одно атомарное действие
2. посадка, плавание и высадка — три атомарных действия
3. посадка каждого участника, плавание и высадка каждого участника — пять атомарных действий (три, если плывёт только лодочник)

Свобода действий участников: если кто-то может быть съеден, то он

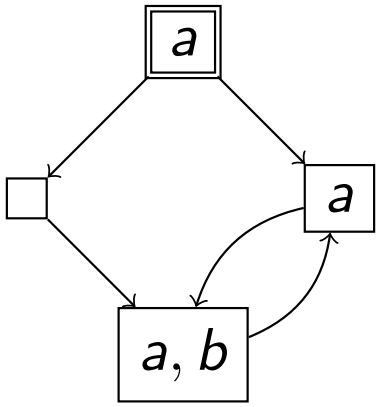
1. ... съедается немедленно
2. ... обязательно съедается при выполнении следующего перехода
3. ... может как быть съеден немедленно, так и не быть съеден

Атомарные высказывания:

- *wr*, *gr*, *cr*: волк/коза/капуста находятся на правом (целевом) берегу
- *ga*, *ca*: коза/капуста «живы» (не съедены)

Упражнение 2

Построить все вычисления и их трассы для следующей модели Крипке



Упражнение 3

Предложить ltl-формулу, выражающую следующее требование:

1. Процессы P_1, P_2 не могут находиться в своих критических секциях одновременно

   c_i — атомарное высказывание "P_i находится в своей критической секции"

2. Зелёный светофор рано или поздно станет жёлтым и до этого не будет красным

   g, y, r — атомарные высказывания "светофор зелёный", "светофор жёлтый" и "светофор красный" соответственно

3. Сообщение не может теряться бесконечно часто

   miss — атомарное высказывание "сообщение потеряно"

Упражнение 3

Предложить ltl-формулу, выражающую следующее требование:

4. Операция не может выполняться более трёх тактов подряд

   p — атомарное высказывание "операция выполняется на текущем такте"

5. Система постоянно сигнализирует об ошибке, пока не станет исправной

   ok — атомарное высказывание "система исправна"

   err — атомарное высказывание "система сигнализирует об ошибке"

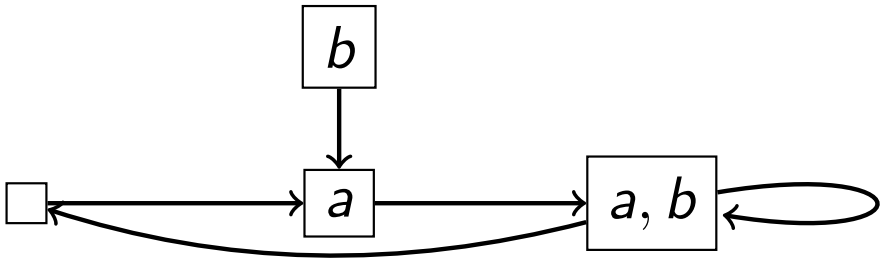
6. Кто много тренируется, тот рано или поздно достигнет совершенства

   t — атомарное высказывание "он тренируется"

   p — атомарное высказывание "он достиг совершенства"

Упражнение 4

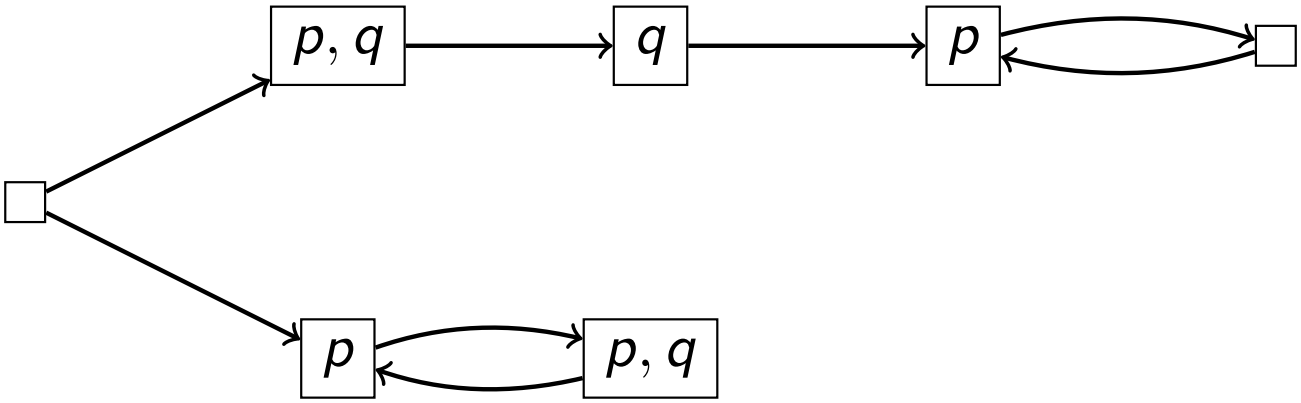
Какие состояния заданной модели Крипке можно объявить начальными так, чтобы была выполнена заданная ltl-формула?



- a
- $\mathbf{XX}a$
- $\mathbf{G}a$
- $\mathbf{GF}a$
- $\mathbf{FG}a$
- $\neg b \mathbf{U} a \,\&\, b$
- $a \mathbf{U} \neg a$

Упражнение 4

Какие состояния заданной модели Крипке можно объявить начальными так, чтобы была выполнена заданная ltl-формула?



- $\mathbf{F}(\mathbf{X}p\mathbf{U}\mathbf{G}\neg q)$

Упражнение 5

Является ли заданное множество трасс над непустым множеством AP

а) свойством безопасности?

б) свойством живости?

1. $(2^{\mathrm{AP}})^\omega$
2. $\emptyset$
3. $\{\emptyset, \{a\}\}^\omega$ $\quad (\mathrm{AP} = \{a, b\})$
4. $\{\emptyset, \{a\}\}^* \cdot \{\emptyset\}^\omega$ $\quad (\mathrm{AP} = \{a\})$
5. $\{\emptyset\}^* \cdot \{\{a\}\} \cdot \{\emptyset\}^\omega$ $\quad (\mathrm{AP} = \{a\})$
6. $\{\emptyset\{a\}\}^\omega$ $\quad (\mathrm{AP} = \{a\})$
7. $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}\}^* \cdot \{\{a, b\}\} \cdot \{\emptyset\}^\omega$ $\quad (\mathrm{AP} = \{a, b\})$

$X \cdot Y = \{w_x w_y \mid w_x \in X,\ w_y \in Y\}$

Упражнение 6

Справедливо ли следующее утверждение для **любых** свойств трасс P_1 и P_2?

1. Если P_1 и P_2 — свойства безопасности,
   то $P_1 \cap P_2$ — свойство безопасности

2. Если P_1 и P_2 — свойства безопасности,
   то $P_1 \cup P_2$ — свойство безопасности

3. Если P_1 и P_2 — свойства живости,
   то $P_1 \cap P_2$ — свойство живости

4. Если P_1 и P_2 — свойства живости,
   то $P_1 \cup P_2$ — свойство живости

Упражнение 7

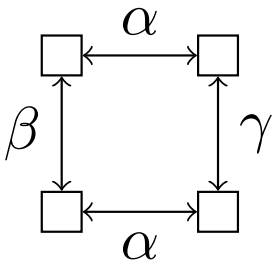
Какие пути следующей системы переходов **не** являются

а) безусловно A-справедливыми

б) сильно A-справедливыми

в) слабо A-справедливыми

для заданного множества действий A?



1. $A = \emptyset$
2. $A = \{\alpha\}$
3. $A = \{\beta\}$
4. $A = \{\gamma\}$
5. $A = \{\alpha, \beta\}$
6. $A = \{\beta, \gamma\}$
7. $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$

Упражнение 8

Построить все ограничения справедливости $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_u, \mathcal{F}_s, \mathcal{F}_w)$, для которых верно соотношение $TS, \mathcal{F} \models \mathbf{GF}a$

TS: