Математическая логика

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

Блок 14

Общая схема метода резолюций

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич

E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2020/2021, весенний семестр

Вступление

Проблему общезначимости формул логики предикатов

$$\models \varphi?$$

можно *до некоторой степени* решить с помощью
метода семантических таблиц

Но этот метод оказался **неэффективным**:
в “плохих” случаях может потребоваться

- перебирать много формул и
- подставлять много термов

На ближайших лекциях будет обсуждаться более эффективный метод проверки общезначимости формул логики предикатов:

метод резолюций

Общая схема метода резолюций

Сквозной пример: обоснование общезначимости формулы

$$\models \exists x\,(P(x)\,\&(\forall x\,P(x) \to \exists y\,R(x,y)) \to \exists y\,R(x,y))$$

Этап 1: перейти к проверке невыполнимости отрицания формулы

$$\cdots \rightsquigarrow \neg\exists x\,(P(x)\,\&(\forall x\,P(x) \to \exists y\,R(x,y)) \to \exists y\,R(x,y))$$

Этап 2: упростить формулу, сохранив её смысл (привести к ПНФ)

$$\cdots \rightsquigarrow \forall x\,\exists z\,\exists y\,\forall u\,(P(x)\,\&(\neg P(z) \vee R(x,y))\,\&\,\neg R(x,u))$$

Этап 3: сделать формулу ещё проще *с изменением смысла*, сохранив её выполнимость/невыполнимость (привести к ССФ)

$$\cdots \rightsquigarrow \forall x\,\forall u\,(P(x)\,\&(\neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x,\mathbf{g}(x)))\,\&\,\neg R(x,u))$$

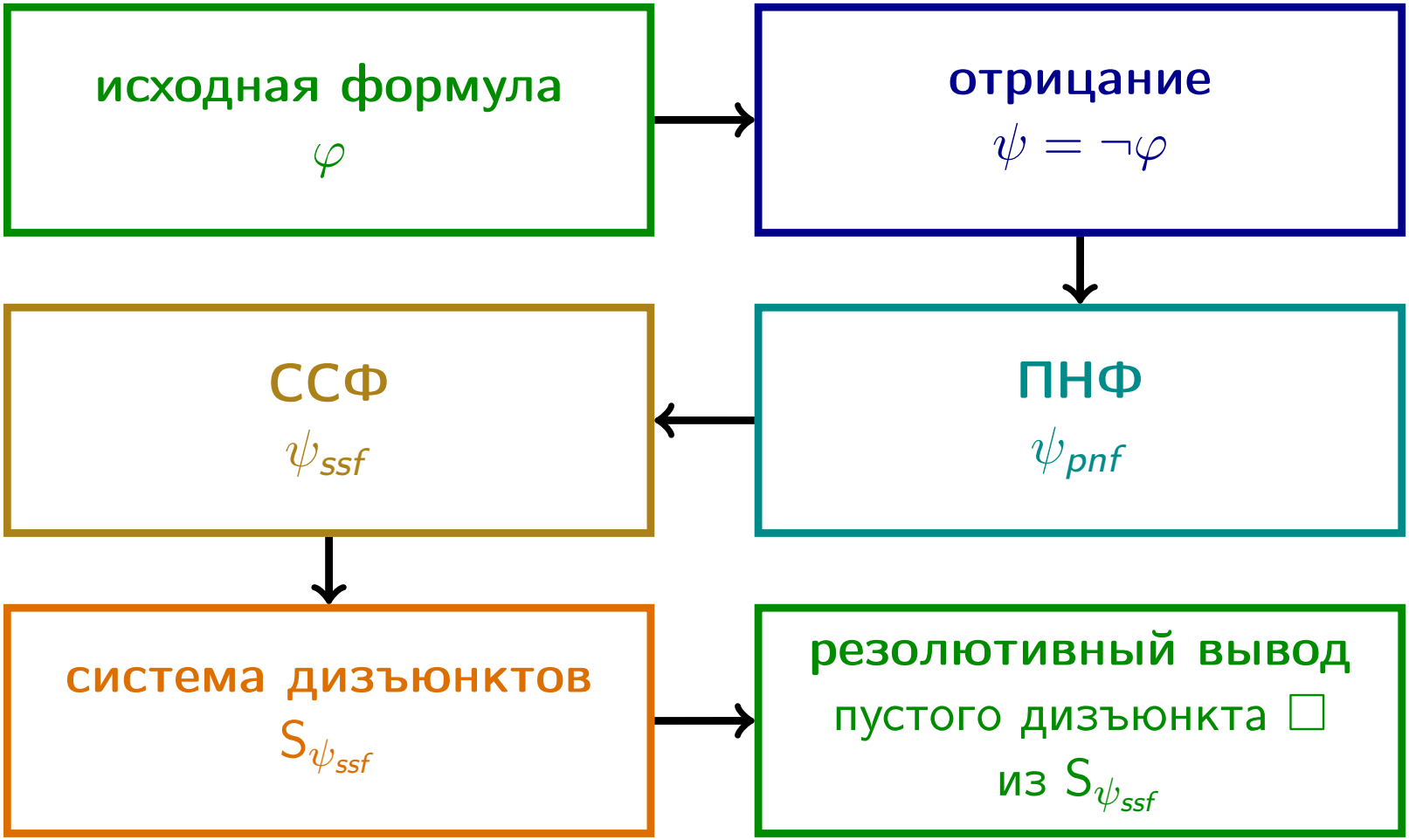
Этап 4: перейти к проверке невыполнимости системы *очень* простых формул — дизъюнктов

$$\cdots \rightsquigarrow \{P(x), \neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x,\mathbf{g}(x)), \neg R(x,u)\}$$

Этап 5: построить логический вывод особого дизъюнкта ($\square$), обозначающего невыполнимость системы

$$\neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x,\mathbf{g}(x)) \quad P(x') \xrightarrow[\{x'/\mathbf{f}(x)\}]{} R(x,\mathbf{g}(x)) \quad \neg R(x',u') \xrightarrow[\{x'/x,\,u'/\mathbf{f}(x)\}]{} \square$$

Общая схема метода резолюций



Отдельно будет показана справедливость цепочки равносильностей:

$$\models \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi_{pnf} \quad \Leftrightarrow \quad \not\models \psi_{ssf} \quad \Leftrightarrow \quad \not\models S_{\psi_{ssf}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \text{существует вывод } \square \text{ из } S_{\psi_{ssf}}$$