

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 26

Иллюстрация полноты резолютивного вывода

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, сентябрь–декабрь

Ранее с использованием метода резолюций
была доказана общезначимость формулы

$$\exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Это обоснование основывалось на резолютивном выводе $\square$
из системы дизъюнктов

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

соответствующей этой формуле

Проиллюстрируем схему обоснования **полноты** метода резолюций
на этой системе

Известно, что эта система S невыполнима

По **теореме Эрбрана**, существует конечное невыполнимое множество
основных примеров дизъюнктов этой системы

Например, невыполнимо такое множество примеров:

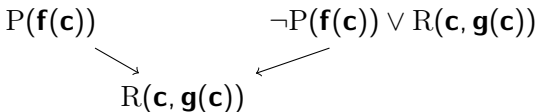
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

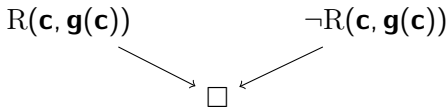
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Действуя согласно **лемме об основных дизъюнктах**, построим вывод $\square$ из $\mathcal{G}$:

- ▶ Построим все резольвенты относительно $P(f(c))$:



- ▶ Для построенных резольвент и дизъюнктов, не содержащих $P(f(c))$, построим все резольвенты относительно $R(c, g(c))$:



$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Получен такой резолютивный вывод $\square$ из $\mathcal{G}$:

$$P(f(c)) \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)) \quad R(c, g(c)) \quad \neg R(c, g(c)) \quad \square$$

Используя **лемму о подъёме**, «поднимем» этот вывод до вывода из S :

$$P(x_1) \quad \neg P(f(x_2)) \vee R(x_2, g(x_2)) \quad R(x_3, g(x_3)) \quad \neg R(x_4, u_4) \quad \square$$

$$S = \{P(x), \quad \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \quad \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \quad \neg R(c, g(c))\}$$

В этой схеме обоснования полноты «неконструктивен» только первый этап: не говорится, как можно эффективно построить конечное невыполнимое множество $\mathcal{G}$ основных примеров дизъюнктов невыполнимой системы S

Можно представить себе это построение, например, так:

- ▶ Будем бесконечно строить (перебирать) **всевозможные** конечные множества $\mathcal{G}$ основных примеров дизъюнктов исходной системы S
- ▶ Построив очередное множество $\mathcal{G}$, попытаемся вывести из него $\square$
- ▶ Рано или поздно хотя бы из одного построенного $\mathcal{G}$ удастся вывести $\square$ — «поднимем» этот вывод, получив вывод $\square$ из S

А есть ли более эффективный способ вывода $\square$ из произвольной невыполнимой системы дизъюнктов?