

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы

→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 26

Иллюстрация полноты резолютивного вывода

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

Ранее с использованием метода резолюций
была доказана общезначимость формулы

$$\exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Это обоснование основывалось на резолютивном выводе \square
из системы дизъюнктов

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

соответствующей этой формуле

Проиллюстрируем схему обоснования **полноты** метода резолюций
на этой системе

Известно, что эта система S невыполнима

По **теореме Эрбрана**, существует конечное невыполнимое множество
основных примеров дизъюнктов этой системы

Например, невыполнимо такое множество примеров:

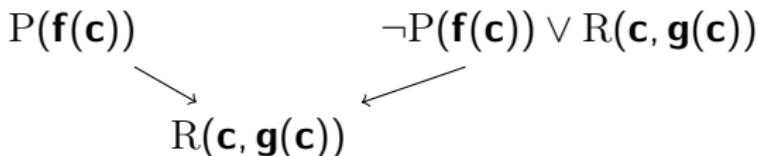
$$G = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

$$S = \{P(x), \quad \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \quad \neg R(x, u)\},$$

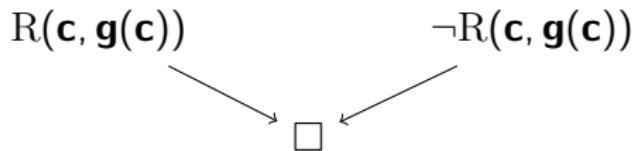
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \quad \neg R(c, g(c))\}$$

Действуя согласно **лемме об основных дизъюнктах**,
построим вывод \square из \mathcal{G} :

- ▶ Постройм все резольвенты относительно $P(f(c))$:



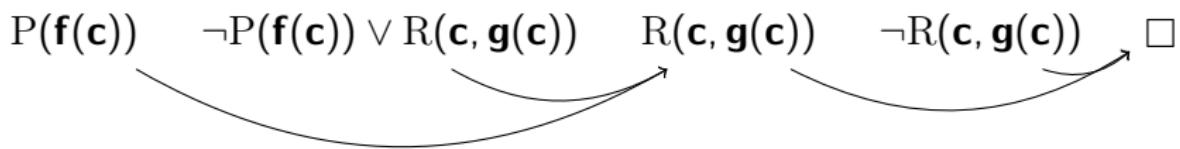
- ▶ Для построенных резольвент и дизъюнктов, не содержащих $P(f(c))$,
постройм все резольвенты относительно $R(c, g(c))$:



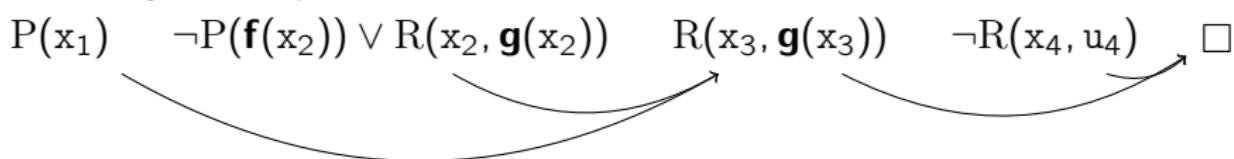
$$S = \{P(x), \quad \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \quad \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \quad \neg R(c, g(c))\}$$

Получен такой резолютивный вывод \square из \mathcal{G} :



Используя **лемму о подъёме**, «поднимем» этот вывод до вывода из S :



$$S = \{P(x), \quad \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \quad \neg R(x, u)\},$$
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \quad \neg R(c, g(c))\}$$

В этой схеме обоснования полноты «*неконструктивен*»
только первый этап: не говорится, как можно эффективно построить
конечное невыполнимое множество \mathcal{G}
основных примеров дизъюнктов невыполнимой системы S

Можно представить себе это построение, например, так:

- ▶ Будем бесконечно строить (перебирать) **всевозможные** конечные множества \mathcal{G} основных примеров дизъюнктов исходной системы S
- ▶ Построив очередное множество \mathcal{G} , попытаемся вывести из него \square
- ▶ Рано или поздно хотя бы из одного построенного \mathcal{G} удастся вывести \square — «поднимем» этот вывод, получив вывод \square из S

А есть ли более эффективный способ вывода \square
из произвольной невыполнимой системы дизъюнктов?