

# Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы  
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

## Блок 26

Иллюстрация полноты резолютивного вывода

Лектор:

**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:

**valdus@yandex.ru**

ВМК МГУ, 2024/2025, осенний семестр

Ранее с использованием метода резолюций  
была доказана общезначимость формулы

$$\exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Это обоснование основывалось на резолютивном выводе  $\square$   
из системы дизъюнктов

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

соответствующей этой формуле

Проиллюстрируем схему обоснования **полноты** метода резолюций  
на этой системе

---

**Известно, что** эта система  $S$  невыполнима

По **теореме Эрбрана**, существует конечное невыполнимое множество  
основных примеров дизъюнктов этой системы

Например, невыполнимо такое множество примеров:

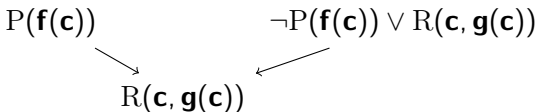
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

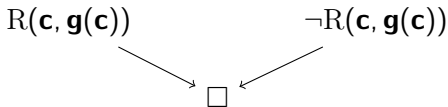
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Действуя согласно **лемме об основных дизъюнктах**, построим вывод  $\square$  из  $\mathcal{G}$ :

- ▶ Построим все резольвенты относительно  $P(f(c))$ :



- ▶ Для построенных резольвент и дизъюнктов, не содержащих  $P(f(c))$ , построим все резольвенты относительно  $R(c, g(c))$ :



$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Получен такой резольютивный вывод  $\square$  из  $\mathcal{G}$ :

$$P(f(c)) \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)) \quad R(c, g(c)) \quad \neg R(c, g(c)) \quad \square$$

Используя **лемму о подъёме**, «поднимем» этот вывод до вывода из  $S$ :

$$P(x_1) \quad \neg P(f(x_2)) \vee R(x_2, g(x_2)) \quad R(x_3, g(x_3)) \quad \neg R(x_4, u_4) \quad \square$$

$$S = \{P(x), \quad \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \quad \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \quad \neg R(c, g(c))\}$$

В этой схеме обоснования полноты «неконструктивен» только первый этап: не говорится, как можно эффективно построить конечное невыполнимое множество  $\mathcal{G}$  основных примеров дизъюнктов невыполнимой системы  $S$

Можно представить себе это построение, например, так:

- ▶ Будем бесконечно строить (перебирать) **всевозможные** конечные множества  $\mathcal{G}$  основных примеров дизъюнктов исходной системы  $S$
- ▶ Построив очередное множество  $\mathcal{G}$ , попытаемся вывести из него  $\square$
- ▶ Рано или поздно хотя бы из одного построенного  $\mathcal{G}$  удастся вывести  $\square$  — «поднимем» этот вывод, получив вывод  $\square$  из  $S$

А есть ли более эффективный способ вывода  $\square$  из произвольной невыполнимой системы дизъюнктов?