

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 26

Иллюстрация полноты резолютивного вывода

Лектор:

Подымов Владислав Васильевич

E-mail:

valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2022/2023, осенний семестр

Ранее с использованием метода резолюций была доказана общезначимость формулы

$$\exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))) \rightarrow \exists y R(x, y))$$

Это обоснование основывалось на резолютивном выводе \square из системы дизъюнктов

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

соответствующей этой формуле

Проиллюстрируем схему обоснования **полноты** метода резолюций на этой системе

Известно, что эта система S невыполнима

По **теореме Эрбрана**, существует конечное невыполнимое множество основных примеров дизъюнктов этой системы

Например, невыполнимо такое множество примеров:

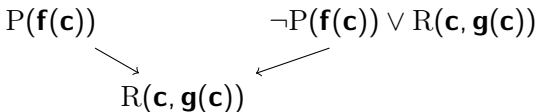
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

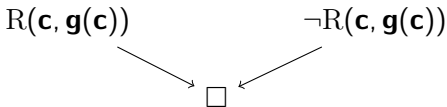
$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Действуя согласно **лемме об основных дизъюнктах**, построим вывод \square из \mathcal{G} :

- ▶ Построим все резольвенты относительно $P(f(c))$:



- ▶ Для построенных резольвент и дизъюнктов, не содержащих $P(f(c))$, построим все резольвенты относительно $R(c, g(c))$:



$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

Получен такой резольтивный вывод \square из \mathcal{G} :

$$P(f(c)) \quad \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)) \quad R(c, g(c)) \quad \neg R(c, g(c)) \quad \square$$

Используя **лемму о подъёме**, «поднимем» этот вывод до вывода из S :

$$P(x_1) \quad \neg P(f(x_2)) \vee R(x_2, g(x_2)) \quad R(x_3, g(x_3)) \quad \neg R(x_4, u_4) \quad \square$$

$$S = \{P(x), \neg P(f(x)) \vee R(x, g(x)), \neg R(x, u)\},$$

$$\mathcal{G} = \{P(f(c)), \neg P(f(c)) \vee R(c, g(c)), \neg R(c, g(c))\}$$

«*Неконструктивным*» в этой схеме обоснования полноты является только первый этап: не говорится, как можно эффективно построить конечное невыполнимое множество \mathcal{G} основных примеров дизъюнктов невыполнимой системы S

Можно представить себе это построение, например, так:

- ▶ Будем бесконечно строить (перебирать) **всевозможные** конечные множества \mathcal{G} основных примеров дизъюнктов исходной системы S
- ▶ Построив очередное множество \mathcal{G} , попытаемся вывести из него \square
- ▶ Рано или поздно хотя бы из одного построенного \mathcal{G} удастся вывести \square — «поднимем» этот вывод, получив вывод \square из S

А есть ли более эффективный способ вывода \square из произвольной невыполнимой системы?