

1 Семинирское занятие. Формальные грамматики. Часть 2.

Задача 1. Постройте детерминированный магазинный автомат, который распознает контекстно-свободный язык, описанный грамматикой с множеством правил

$$S \rightarrow aB|bA \quad A \rightarrow aS|bAA|a \quad B \rightarrow bS|aBB|b,$$

Задача 2. Примените алгоритм Кока-Касами-Янгера для проверки принадлежности слова языку порожденному КС-грамматикой со следующими правилами:

1. $w = aab, \Gamma = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow a, B \rightarrow AB|b\}$.
2. $w = abababa, \Gamma = \{S \rightarrow ST|a, T \rightarrow BS, B \rightarrow b\}$.

Задача 3. Выясните, приведя грамматику к нормальной форме Хомского и применения алгоритм Кока-Касами-Янгера, какие из приведенных ниже слов

1. $aabaab$,
2. $aaaaba$,
3. $aabbaa$,
4. $abaaba$

принадлежат языку, который порождается следующей КС-грамматикой

$$S \rightarrow ABS|AB \quad A \rightarrow aA|a \quad B \rightarrow bA .$$

Задача 4. Докажите, что КС-грамматика с множеством правил $S \rightarrow bS|Sa|aSb|\varepsilon$ порождает регулярный язык.

Задача 5. Какие из приведенных ниже языков являются а) регулярными, б) контекстно-свободными, с) рекурсивными.

1. $\{w : w \in \{a, b, c\}^*, w \text{ имеет одинаковое число вхождений каждой буквы}\};$
2. $\{a^n b^m : n \neq m\};$
3. $\{a^n : n = 2^m, m \geq 0\};$
4. $\{w : w - \text{двоичное представление числа } 2^m, m \geq 0\};$
5. $\{a^n b^m c^k : (n, m, k \geq 1) \wedge (2n = 3k \vee 5k = 7m)\};$
6. $\{a^n b^m c^k : (n, m, k \geq 1) \wedge 2n = 3k \wedge 5k = 7m\};$
7. $\{a^n b^m c^k : n, m, k \geq 1, n + k = m\};$
8. $\{a^n b^m c^k : n \geq m \geq k \geq 0\};$

9. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, n = m, k = \ell\};$
10. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, m = k, m = \ell\};$
11. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, n = \ell, k = m\};$
12. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, 2n = 3k, 5k = 7\ell\};$
13. $\{a^n b^m c^k d^\ell : n, m, k, \ell \geq 1, 2n = 3\ell, 5k = 7m\};$
14. $\{a^n b^m : n, m \geq 0, 5n + 3m = 24\};$
15. $\{a^n b^m : n, m \geq 0, 5n - 3m = 24\}.$

Задача 6. Докажите, что если R — регулярный язык, а C — КС-язык, то $C \cap R$ — КС-язык.

Задача 7. Какие из приведенных ниже утверждений верны для любых R и C , а какие — нет?

1. Если R — регулярный язык, то $\{ww : w \in R\}$ — также регулярный язык.
2. Если R — регулярный язык, то $\{w : ww \in R\}$ — также регулярный язык.
3. Если C — КС-язык, то $\{ww : w \in C\}$ — также КС-язык.
4. Если C — КС-язык, то $\{w : ww \in C\}$ — также КС-язык.

**Образцы решения некоторых задач
будут представлены 27 марта.**