

Математические модели и методы логического синтеза СБИС

Осень 2015



Лекция 4

План лекции

- **Логическая оптимизация комбинационных логических схем**
 - Различные способы представления функций алгебры логики (ФАЛ) (таблицы истинности, формулы, двоичные решающие диаграммы, схемы из функциональных элементов). Сравнение указанных представлений и их ограничения.
 - Комбинационные логические сети (КЛС). Задача оптимизации КЛС (различные постановки задач, функционалы качества при оптимизации КЛС). Основные типы преобразований КЛС: исключение, разложение, экстракция, упрощение и подстановка.

Способы представления функций алгебры логики

Лекция 4

Способы представления функций алгебры ЛОГИКИ

- Таблица истинности

$$y_k = (01101001)$$

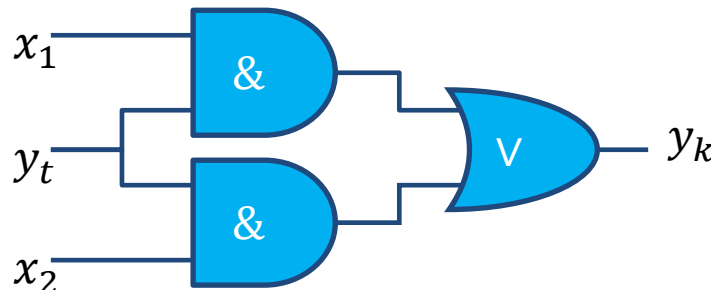
- Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)

$$y_k = x_1 y_t \vee x_2 y_s$$

- Формула в заданном базисе

$$y_k = (x_1 | x_2) \sim y_s$$

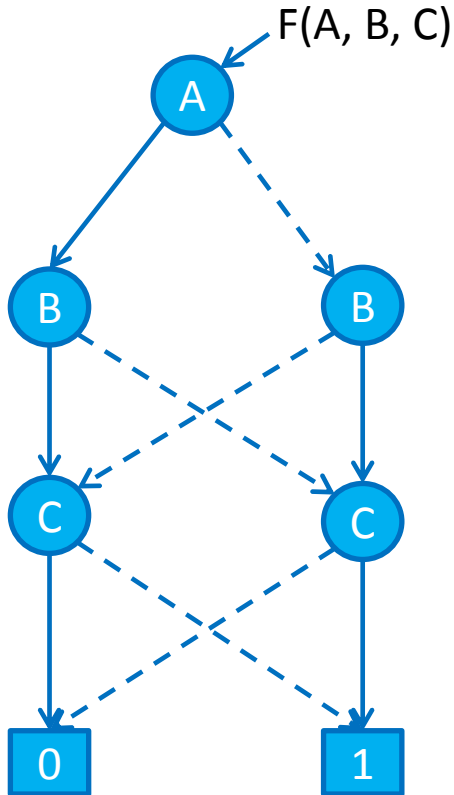
- Схема из функциональных элементов (СФЭ) в заданном базисе



Способы представления функций алгебры логики

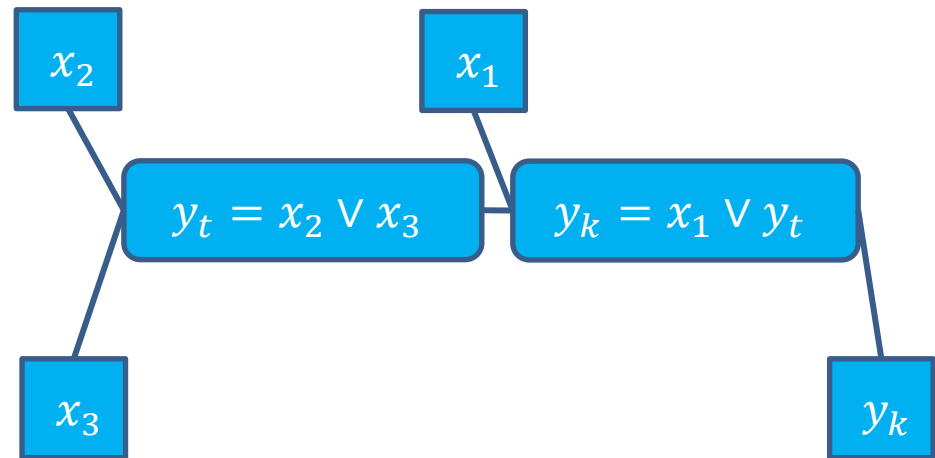
ЛОГИКИ

- Двоичные решающие диаграммы



$A > B > C$

- Комбинационные логические сети



Сравнение различных представлений функций алгебры логики

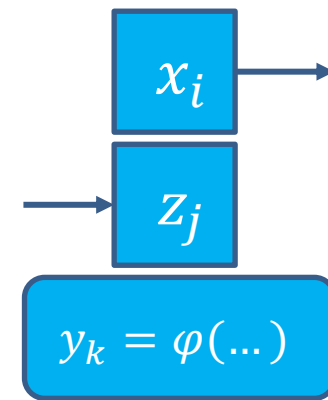
	Таблица истинности	ДНФ	Формула	СФЭ	BDD	КЛС
Допустимое число переменных	Малое	Среднее	Большое	Большое	Большое	Большое
Уникальность представления	+	-	-	-	+	-
Зависимость от базиса	-	-	+	+	-	-
Сложность представления	Линейная относительно числа входных наборов	Зависит от ФАЛ	Зависит от ФАЛ и базиса	Зависит от ФАЛ и базиса	Зависит от ФАЛ и порядка следования переменных	Зависит от структуры КЛС

Комбинационные логические сети

Лекция 4

Структура комбинационных логических сетей

- Комбинационная логическая сеть (КЛС) – ациклический ориентированный помеченный граф $\Sigma = (V, E)$ специальной структуры
- Множество вершин $V = (V_{in}, V_{out}, V_{\Sigma})$ образуют разбиение:
 - V_{in} - множество основных входов
 - V_{out} - множество основных выходов
 - V_{Σ} - множество внутренних вершин



Внутренние вершины комбинационных логических сетей

- Каждой внутренней вершине КЛС приспаны:
 - внутренняя переменная $y_k \in Y$
 - ФАЛ φ , зависящая от переменных из множества $X_{y_k} \subseteq X \times Y$, и соответствующая этой ФАЛ представление в некоторой модели

$$y_k = (01101001)$$

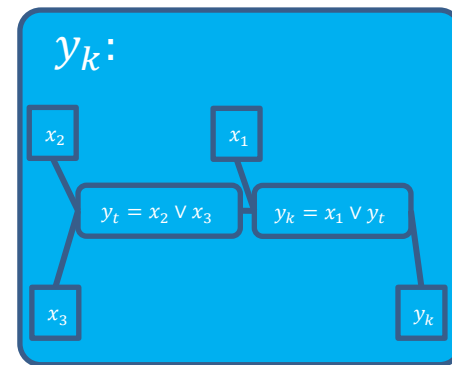
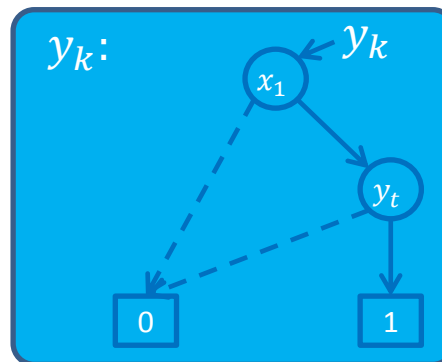
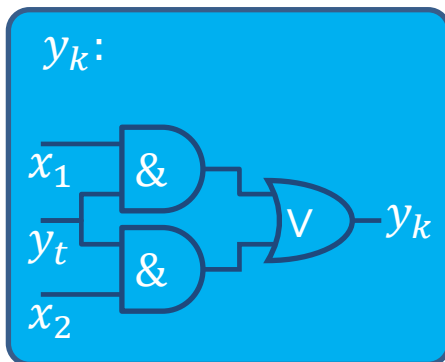
Таблица истинности

$$y_k = x_1 y_t \vee x_2 y_s$$

ДНФ

$$y_k = (x_1 | x_2) \sim y_s$$

Формула

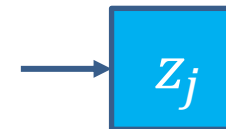


Дуги комбинационных логических сетей

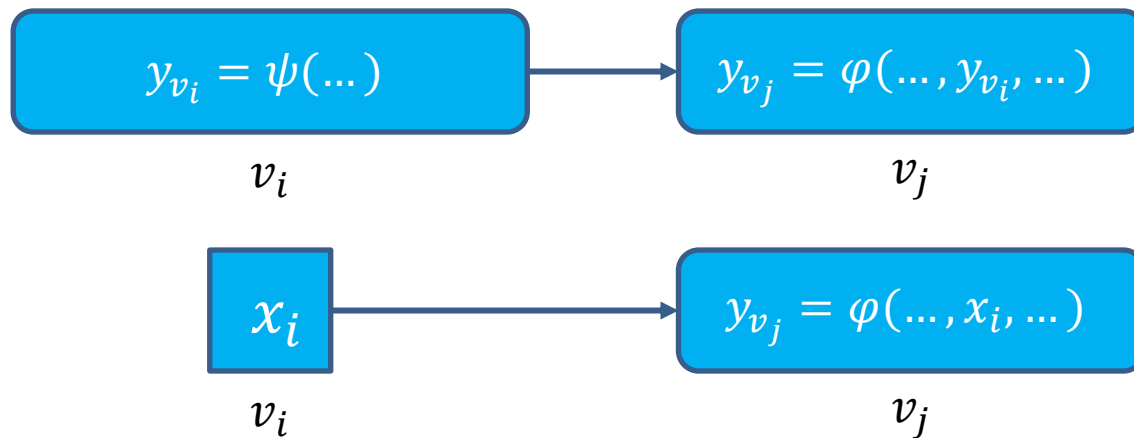
- Основные входы являются истоками



- Основные выходы являются стоками



- Дуга $e = (v_i, v_j) \in E$ существует в КЛС $\Sigma = (V, E)$, если ФАЛ, реализуемая в v_j зависит от ФАЛ, реализуемой в v_i

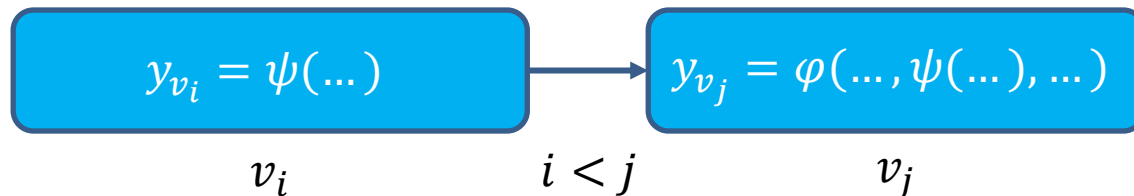


Функционирование комбинационных логических сетей

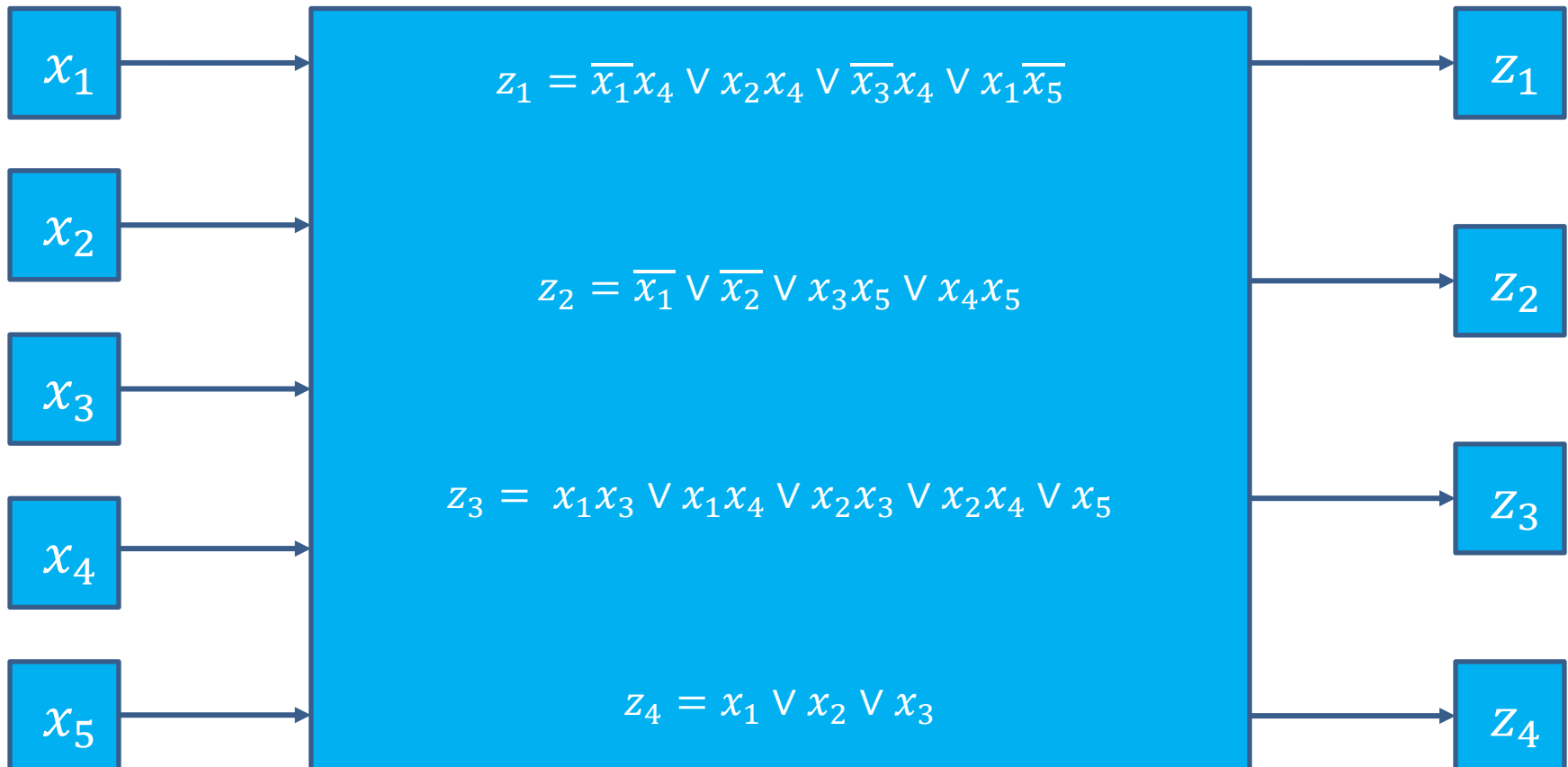
- Основные входы реализуют тождественные ФАЛ



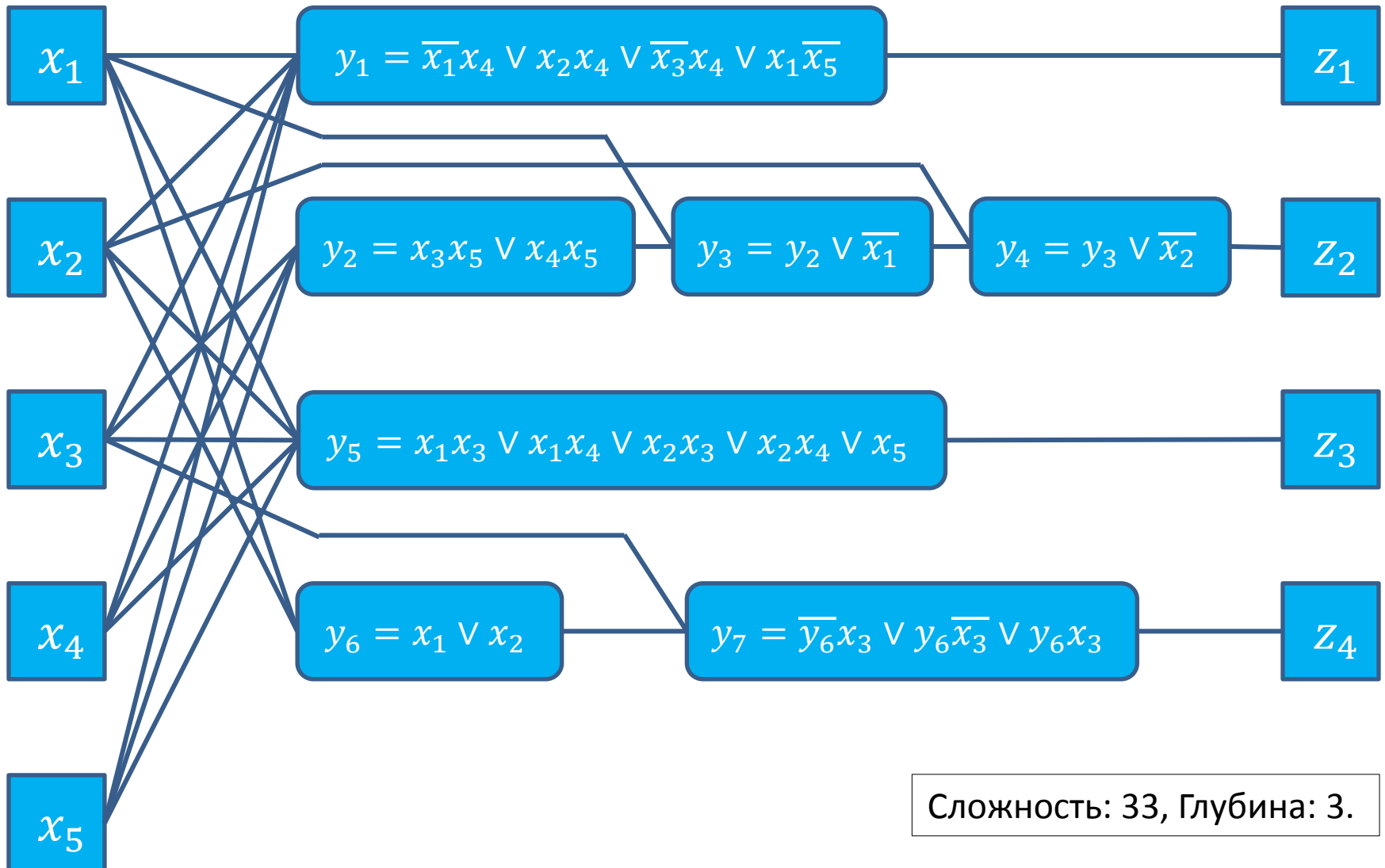
- Так как граф КЛС является ациклическим, то ФАЛ (как функции основных входов), определяются последовательно на основе топологического порядка внутренних вершин



Комбинационная логическая сеть - пример



Комбинационная логическая сеть - пример



Оптимизация комбинационных логических сетей

- Преобразование КЛС за счет специальных операций
- Все операции должны сохранять эквивалентность исходной и преобразованной схемы с точки зрения реализуемых выходных функций
- Преобразования можно разделить на два класса:
 - преобразования вершин (локальные)
 - преобразования структуры схемы (глобальные)

Функционалы качества при оптимизация комбинационных логических сетей

- Сначала определяются функционалы качества для внутренних вершин КЛС, а потом на их основе определяются функционалы качества для КЛС в целом
- Функционалы качества во внутренней вершине определяется на основе представления, которое используется для задания ФАЛ, реализуемой в этой вершине
- Для иерархических КЛС функционалы качества определяются рекурсивно

Функционалы качества комбинационных логических сетей

- Для ДНФ A
 - Длина $\lambda(A)$ – число элементарных конъюнкций в A
 - Сложность(ранг) $R(A)$ - число букв в A
- Для формулы F
 - Ранг $R(F)$ - число букв в F
 - Сложность $L(F)$ – число операций в F
 - Глубина $D(F)$ - глубина корня формулы F
- Для СФЭ Σ
 - Сложность $L(F)$ – число функциональных элементов в Σ
 - Глубина $D(F)$ - максимальная длина пути от входов до выходов СФЭ Σ

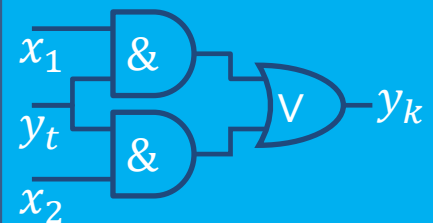
$$y_k = x_1 y_t \vee x_2 y_s$$

ДНФ

$$y_k = (x_1 | x_2) \sim y_s$$

Формула

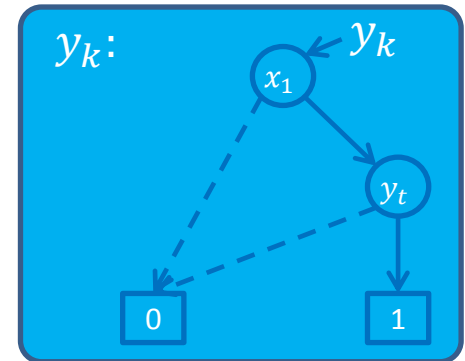
y_k :



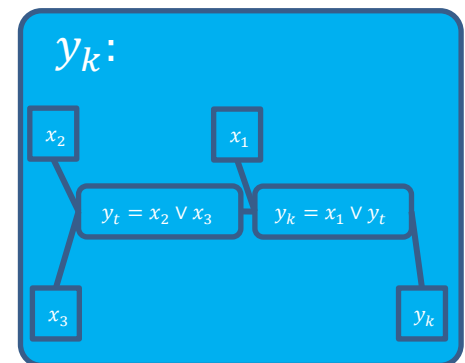
СФЭ и АИГ

Функционалы качества комбинационных логических сетей

- Для BDD A
 - Сложность $L(A)$ - число нетерминальных вершин в BDD A
 - Глубина $D(F)$ - глубина корня BDD A
- Для КЛС Σ
 - Сложность $L(F)$ – сумма сложностей во всех внутренних вершинах КЛС Σ
 - Глубина $D(F)$ - максимальная взвешенная глубина пути от входов до выходов КЛС Σ



BDD

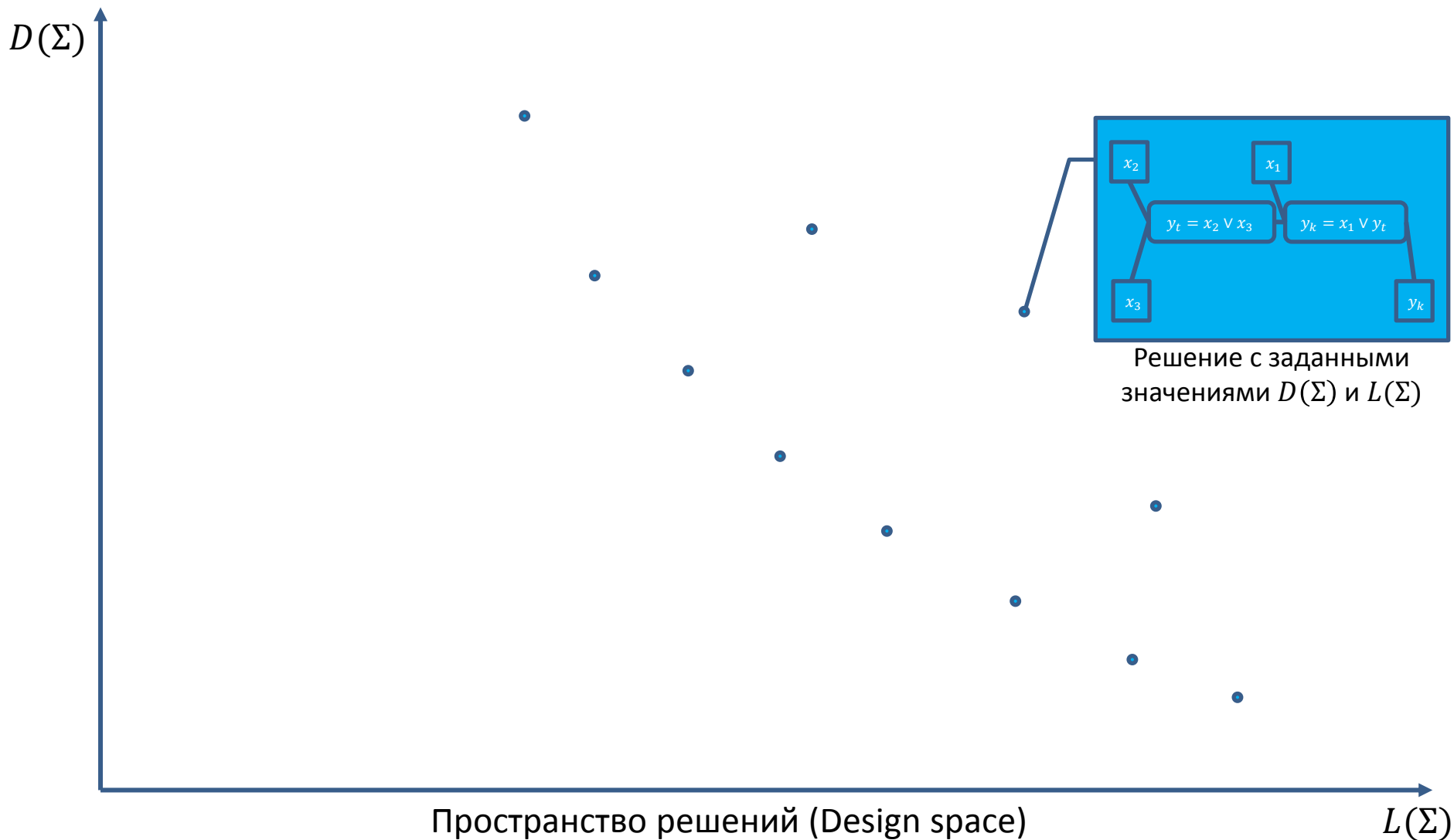


КЛС

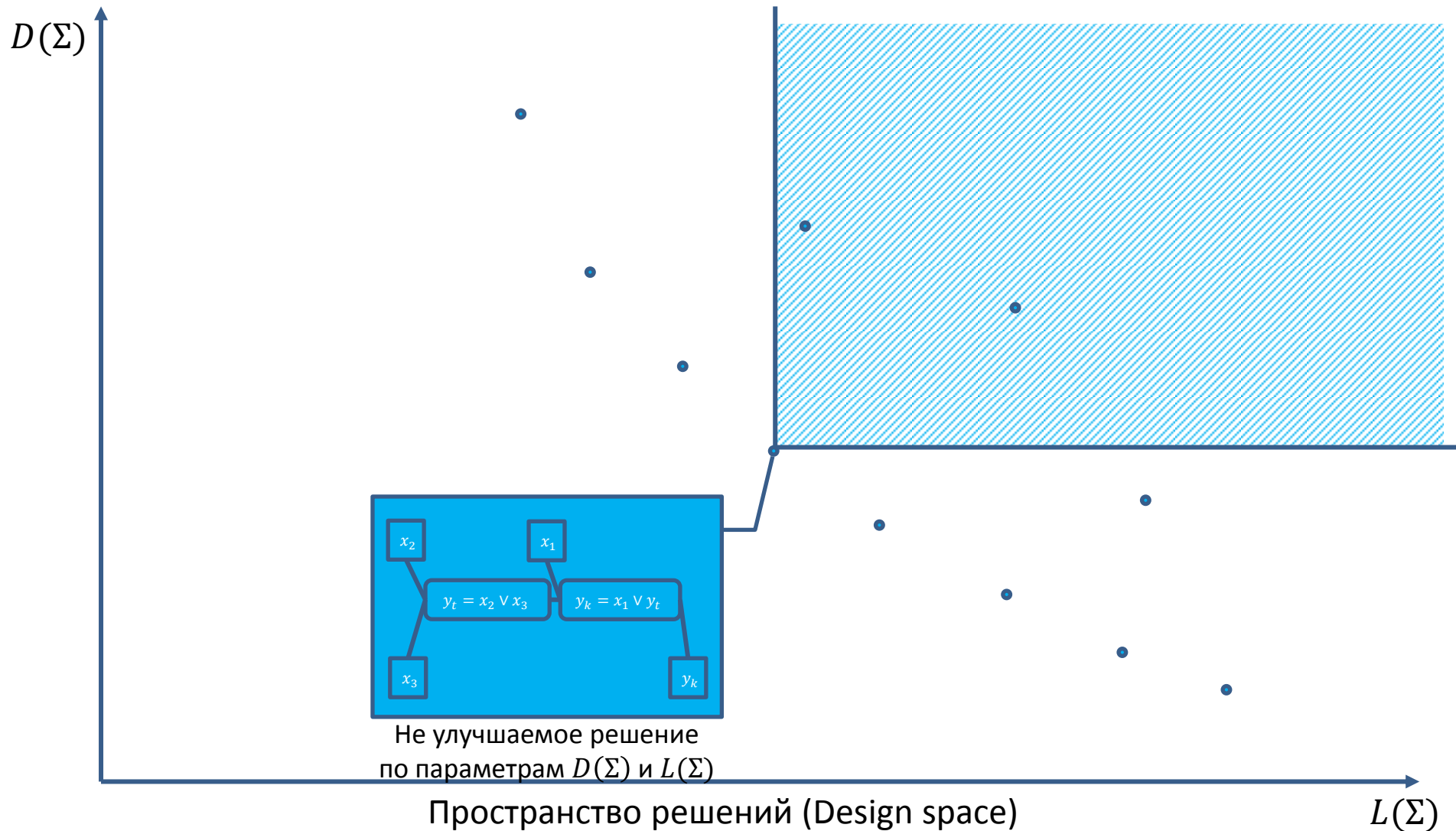
Задача оптимизации комбинационных логических сетей

- Построение КЛС для заданной системы ФАЛ с наилучшими значения выбранных функционалов качества
- Многокритериальная задача оптимизации выбранных функционалов качества
- Однокритериальная задача оптимизации выбранного функционала качества с дополнительными ограничениями на другие функционалы качества

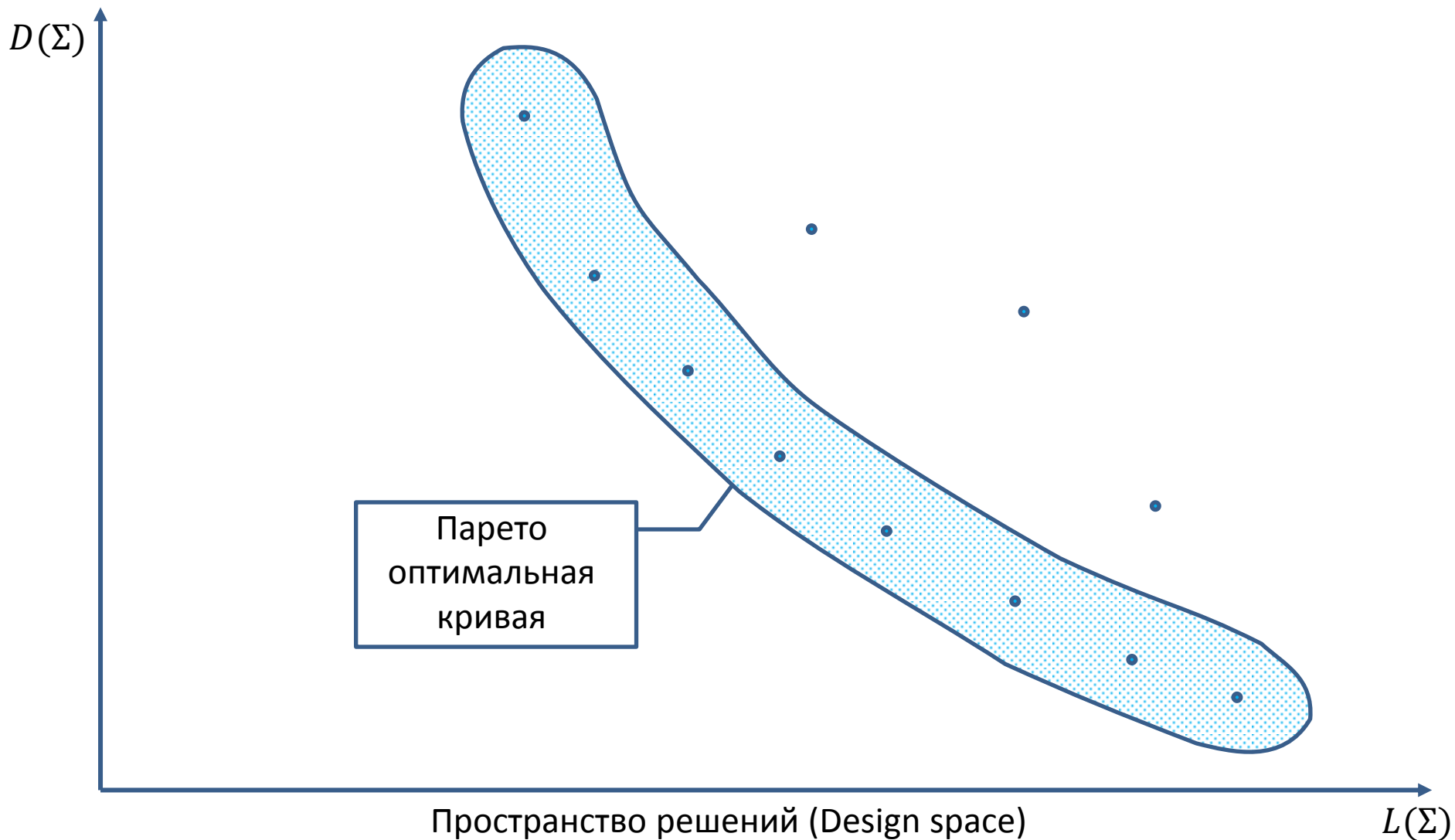
Пространство решений задачи оптимизации комбинационных логических сетей



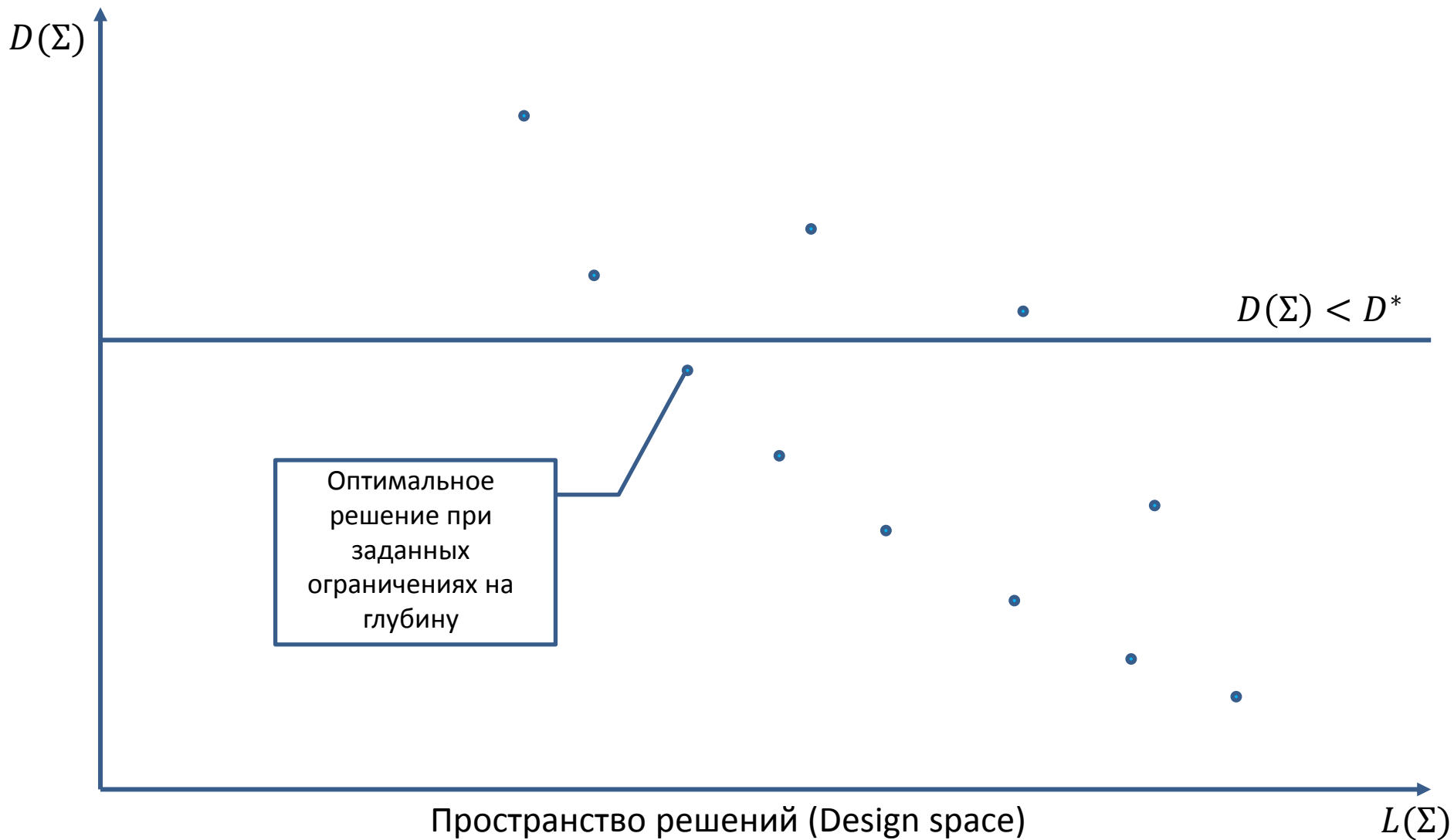
Пространство решений задачи оптимизации комбинационных логических сетей



Парето оптимальная кривая решений многокритериальной задачи оптимизации



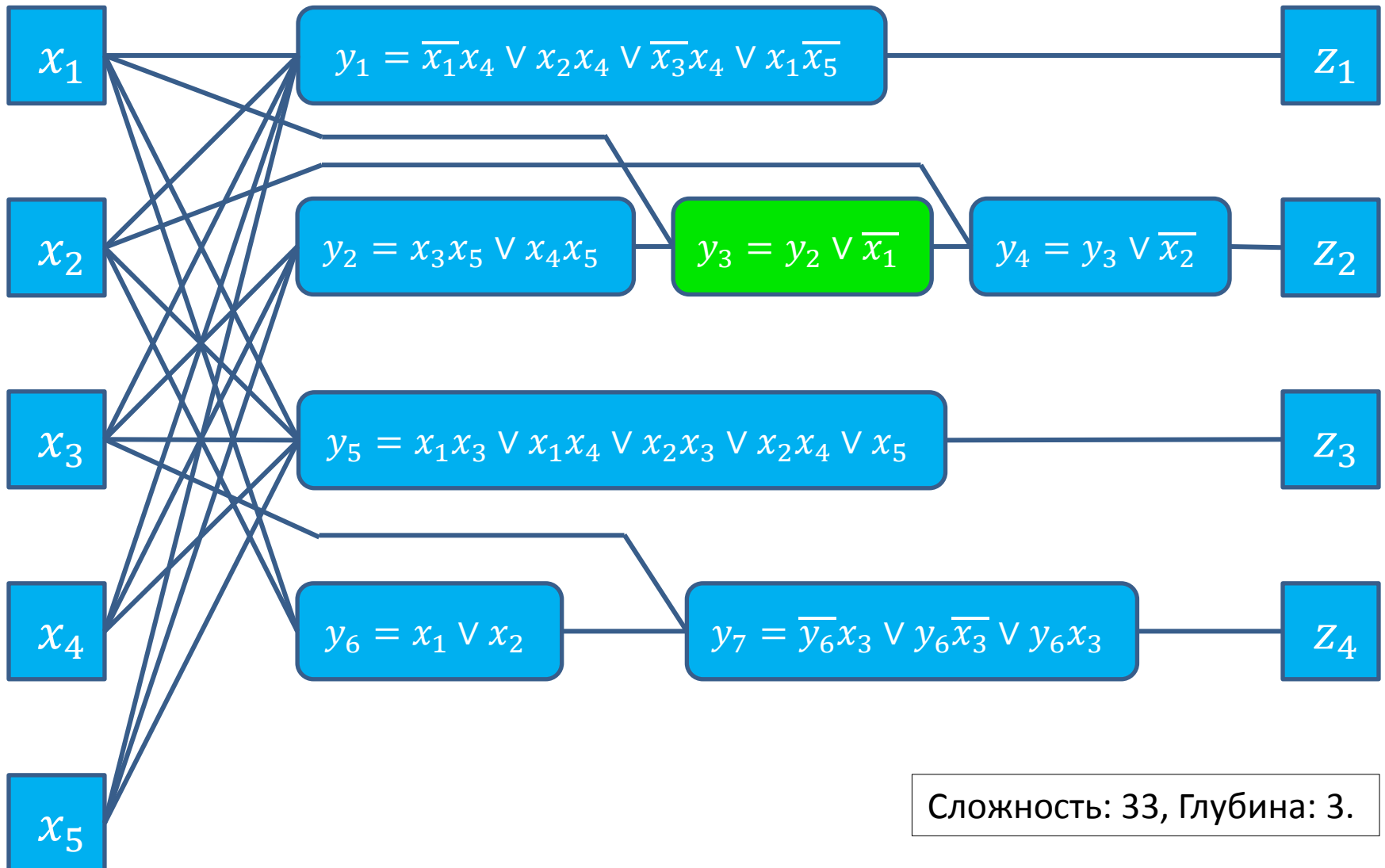
Однокритериальная задача оптимизации с дополнительными ограничениями



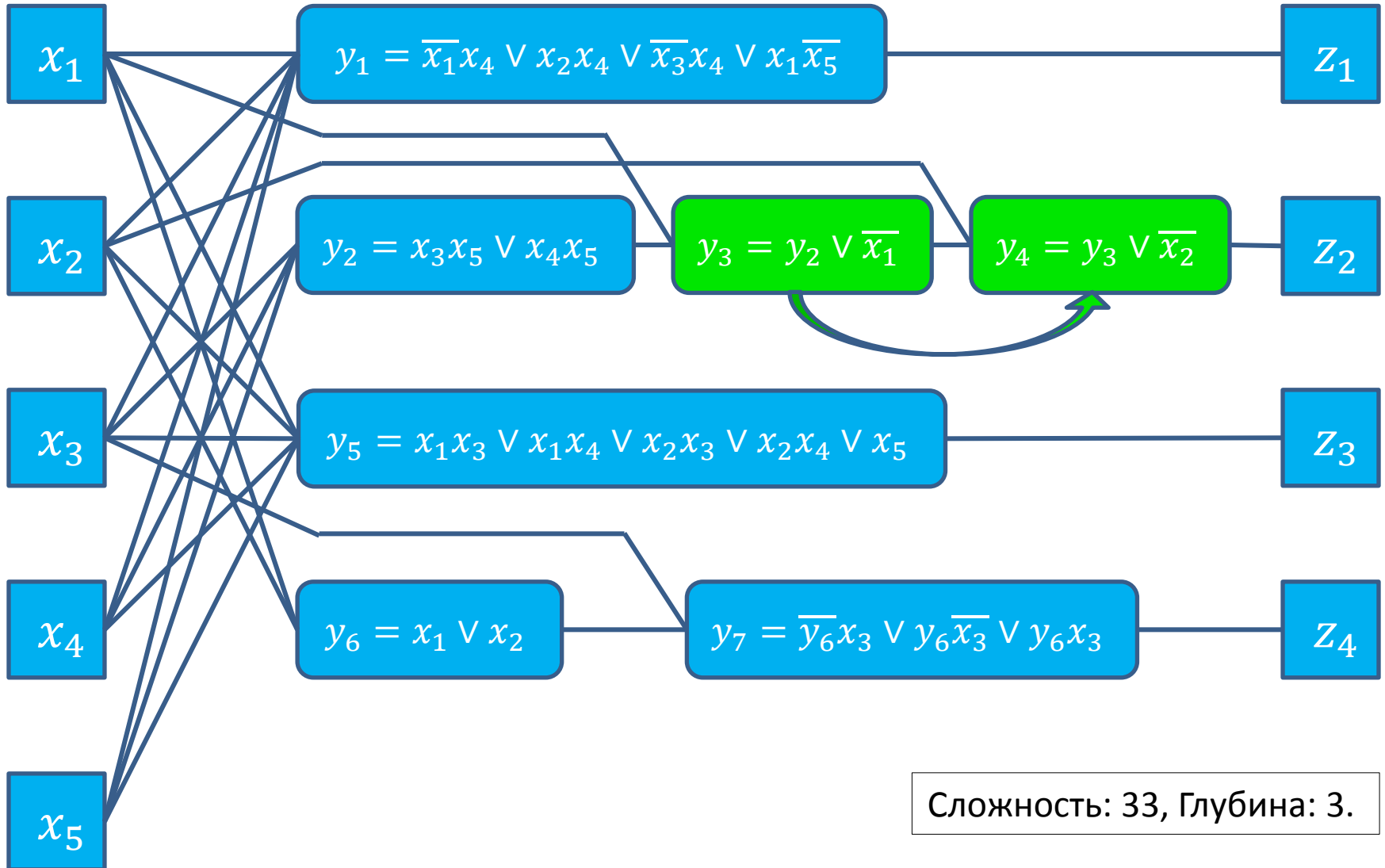
Преобразования комбинационных логических сетей

- Исключение (ELIMINATION) – удаление внутренней вершины КЛС и соответствующая подстановка ФАЛ, реализуемой этой вершиной в другие вершины
- Разложение (DECOMPOSITION) – замена внутренней вершины несколькими вершинами, которые формируют подсеть, реализующую такую же ФАЛ, что и исходная вершина
- Извлечение (EXTRACTION) – добавление новой внутренней вершины, которая реализует ФАЛ, являющейся подфункцией для нескольких других внутренних вершин, и соответствующая подстановка символа новой вершины в указанные вершины
- Упрощение (SIMPLIFICATION) – оптимизация представления ФАЛ, реализуемой во внутренней вершине
- Подстановка (SUBSTITUTION) – упрощение представления ФАЛ, реализуемой в вершине за счет увеличения числа переменных, от которых зависит указанная ФАЛ

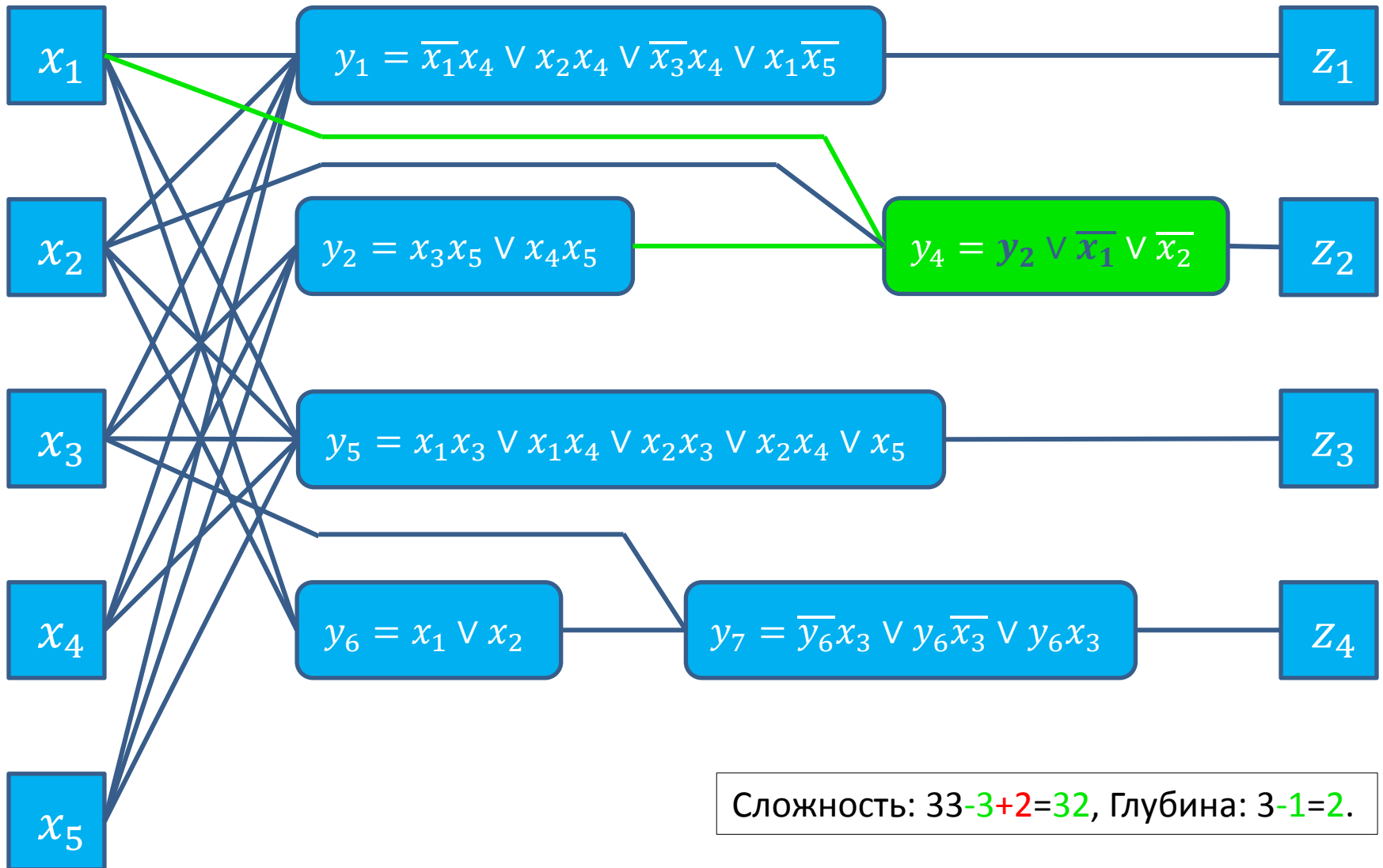
Пример исключения (ELIMINATION)



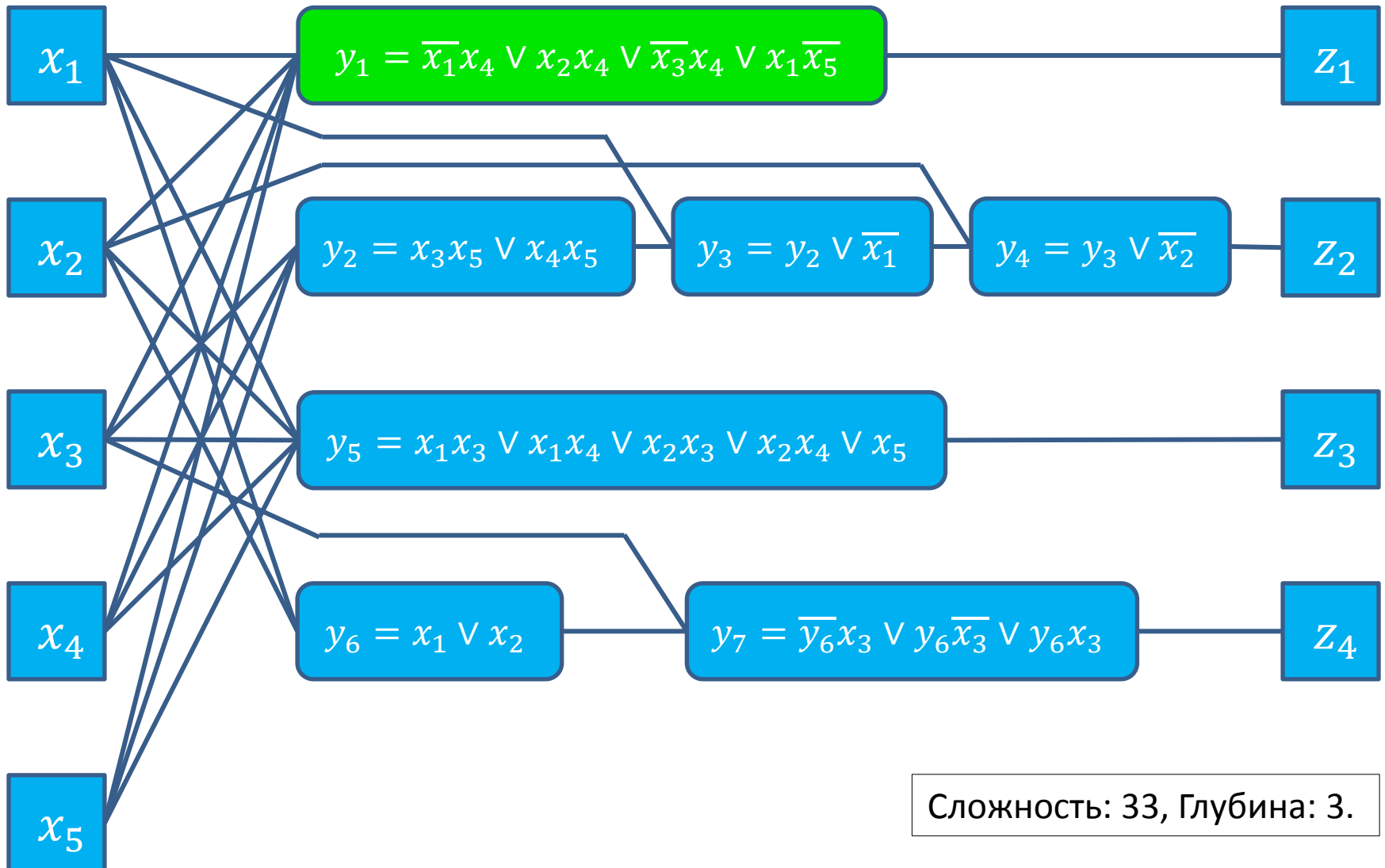
Пример исключения (ELIMINATION)



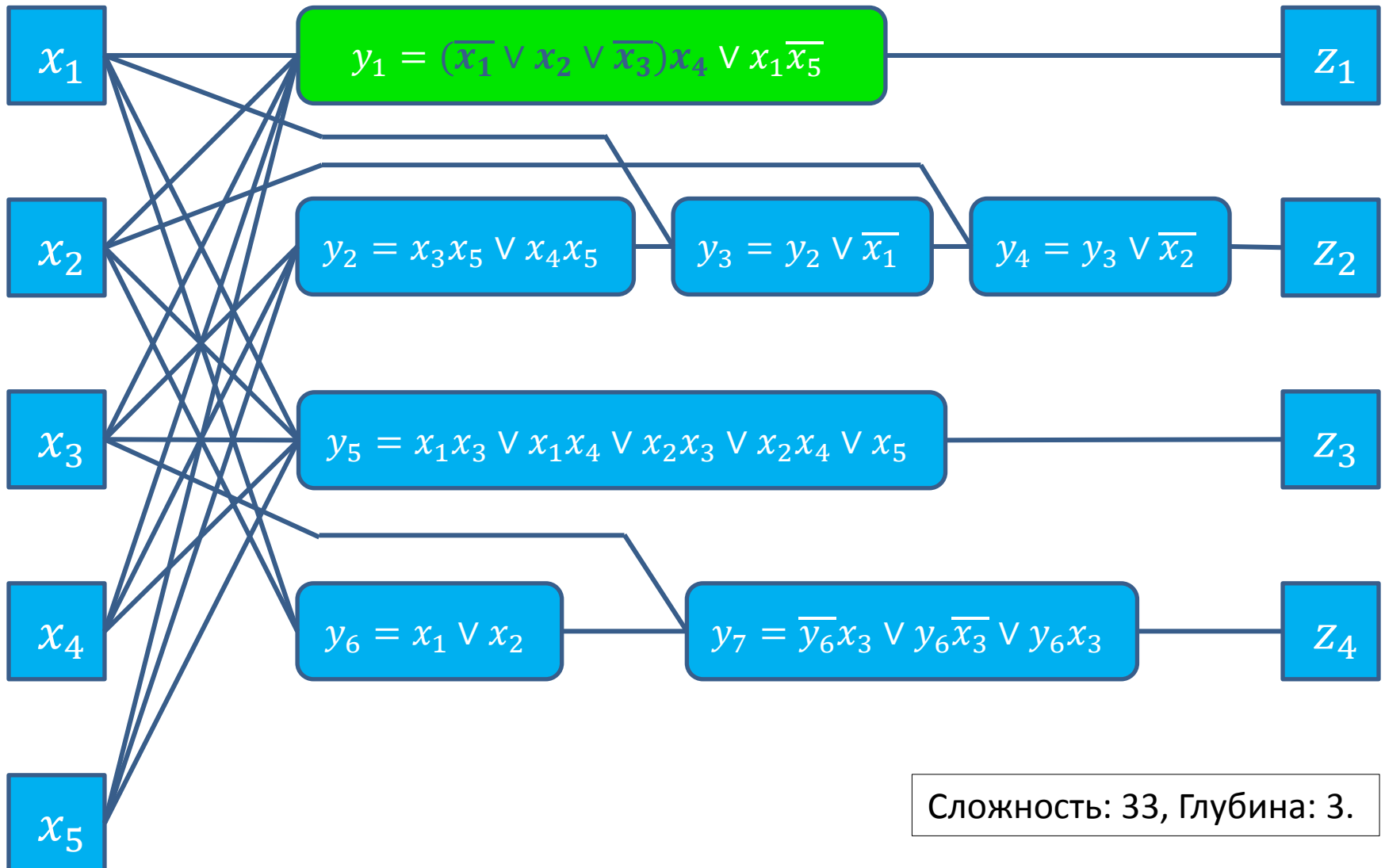
Пример исключения (ELIMINATION)



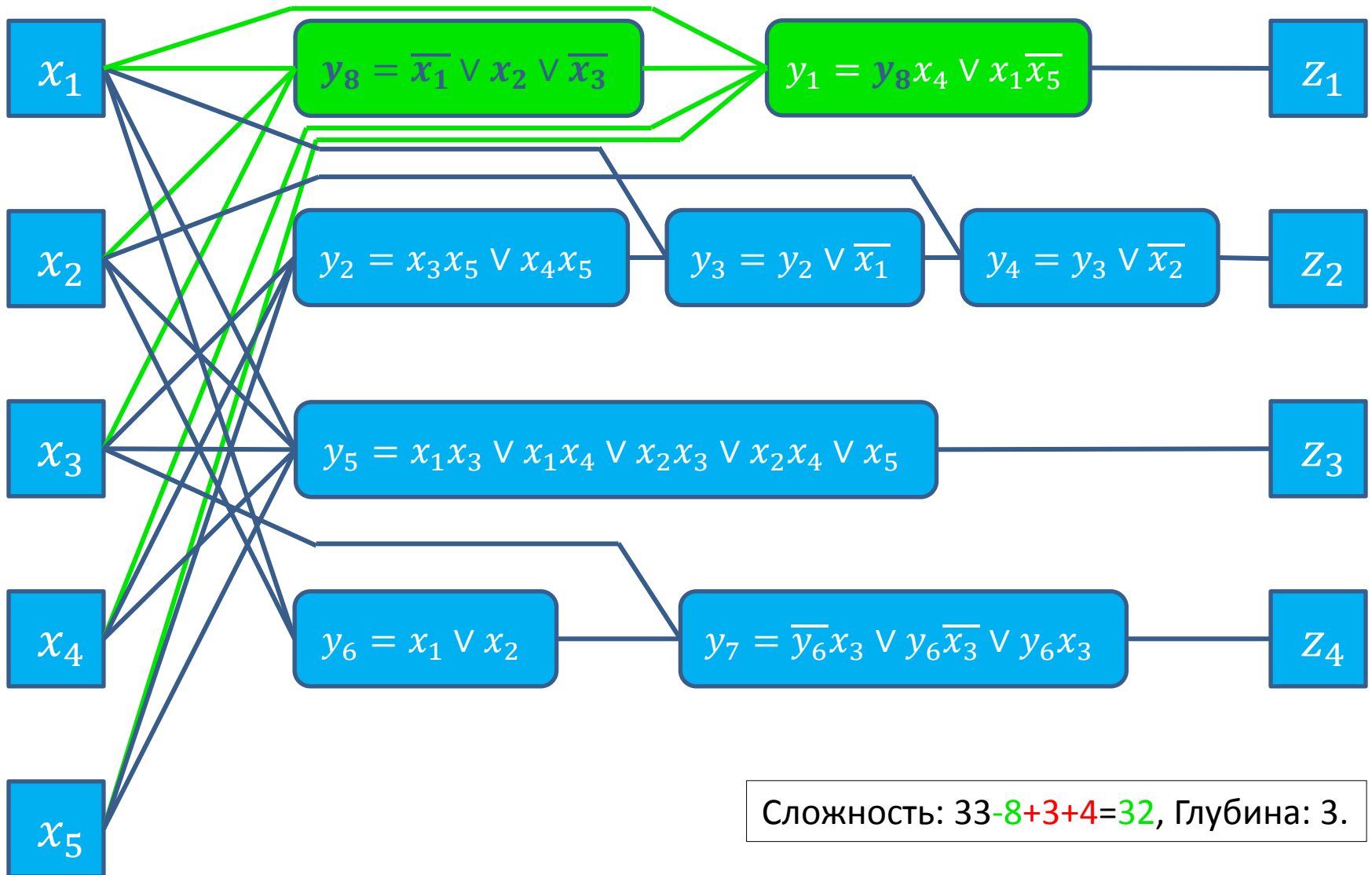
Пример разложения (DECOMPOSITION)



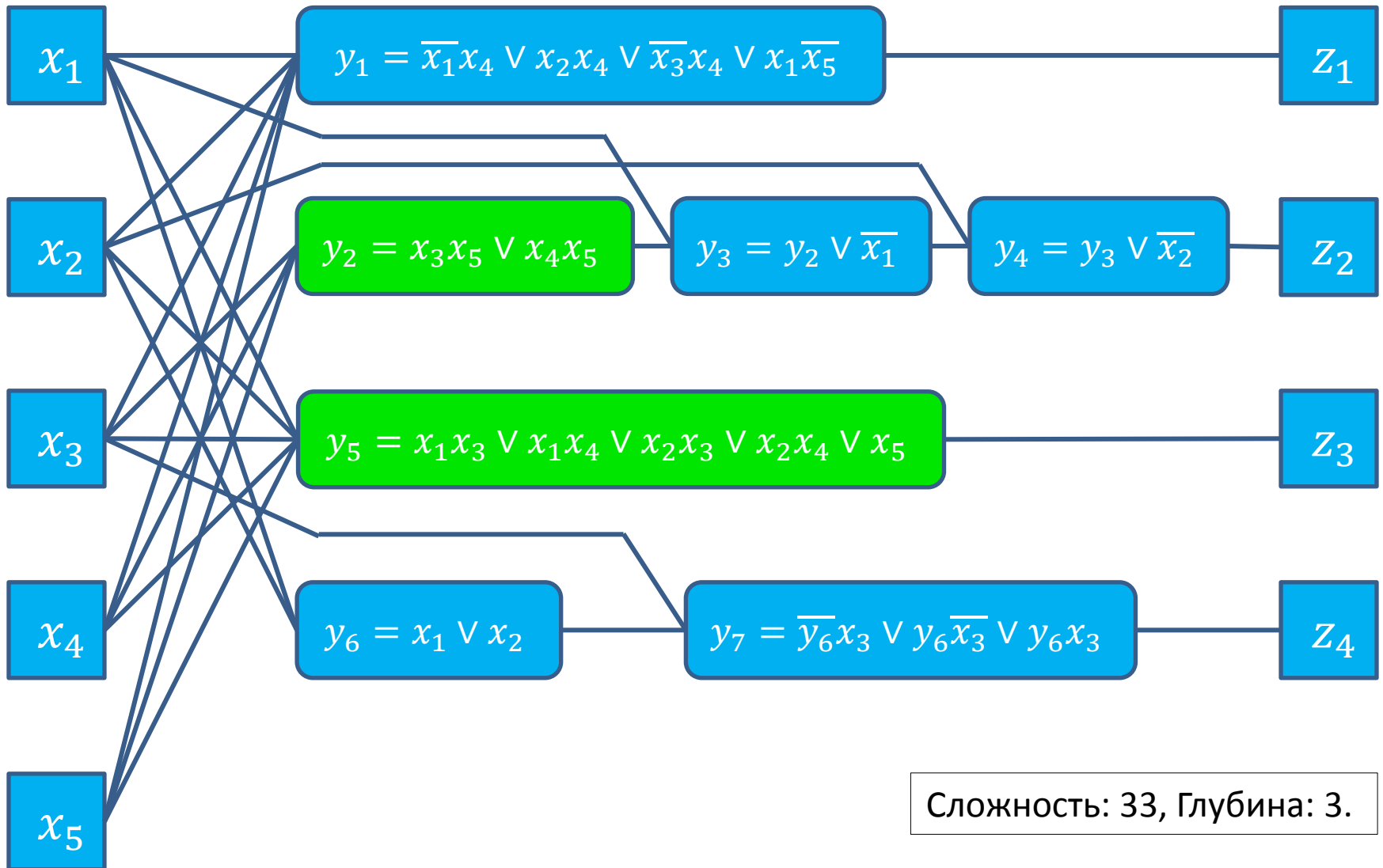
Пример разложения (DECOMPOSITION)



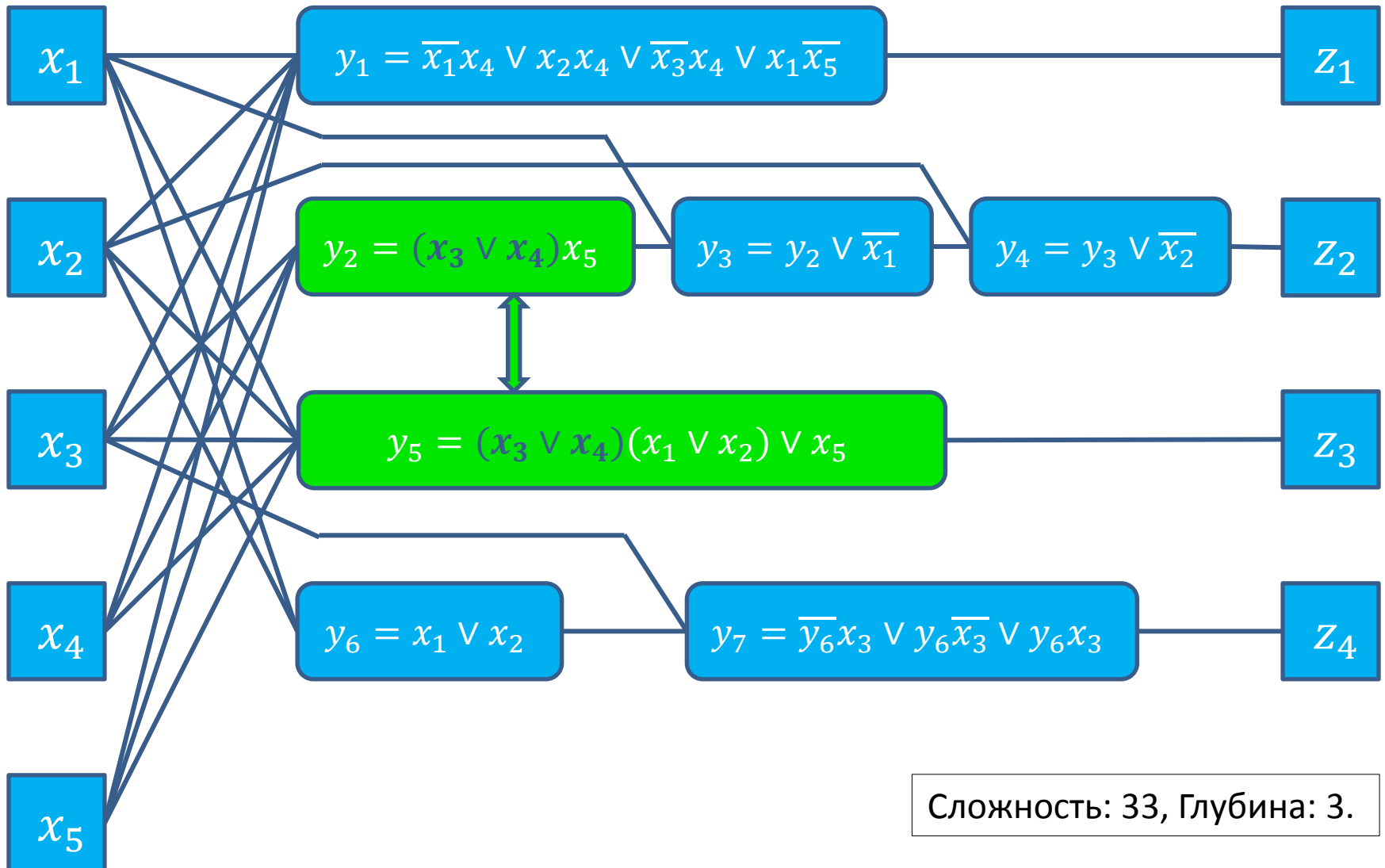
Пример разложения (DECOMPOSITION)



Пример извлечения (EXTRACTION)

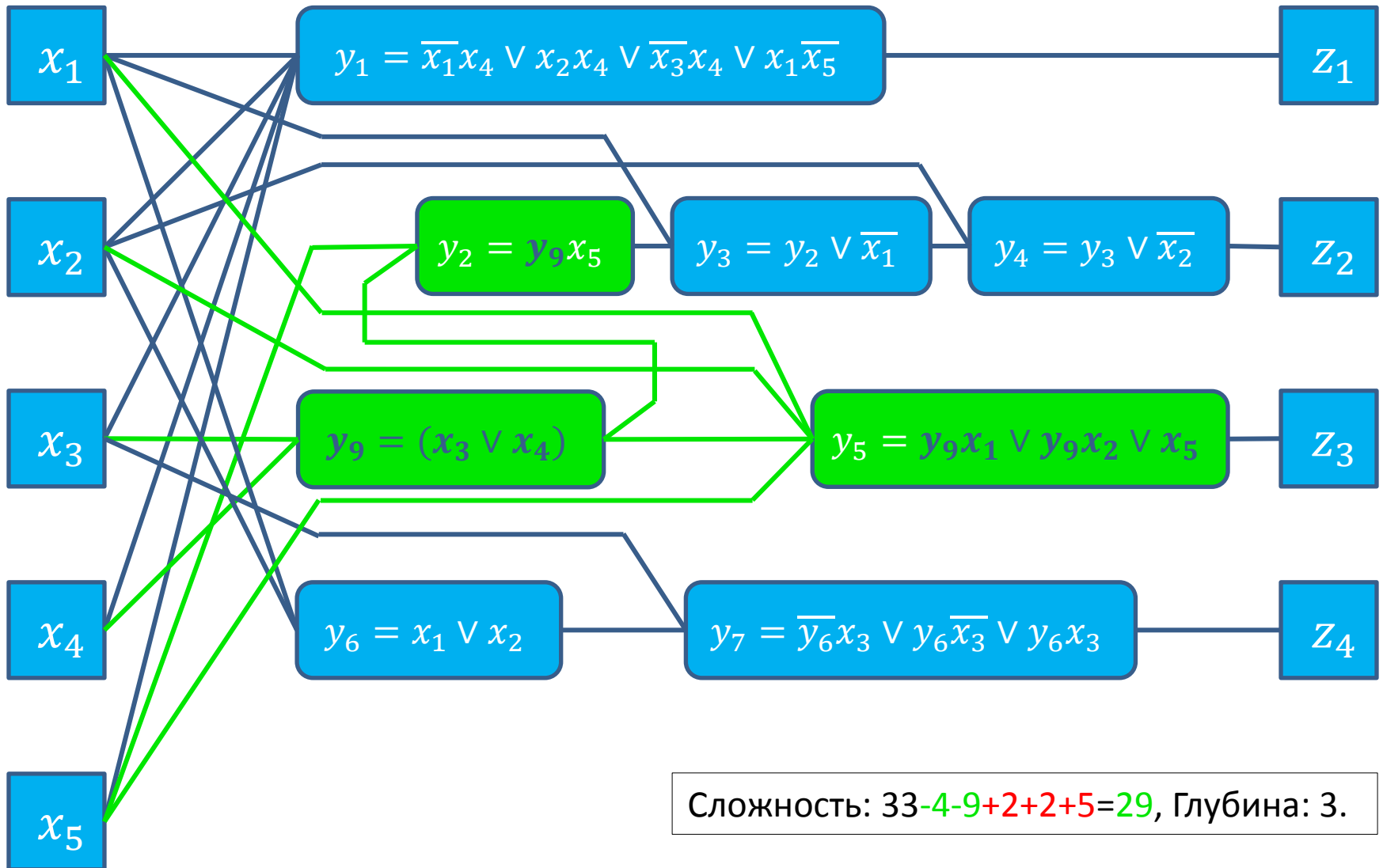


Пример извлечения (EXTRACTION)

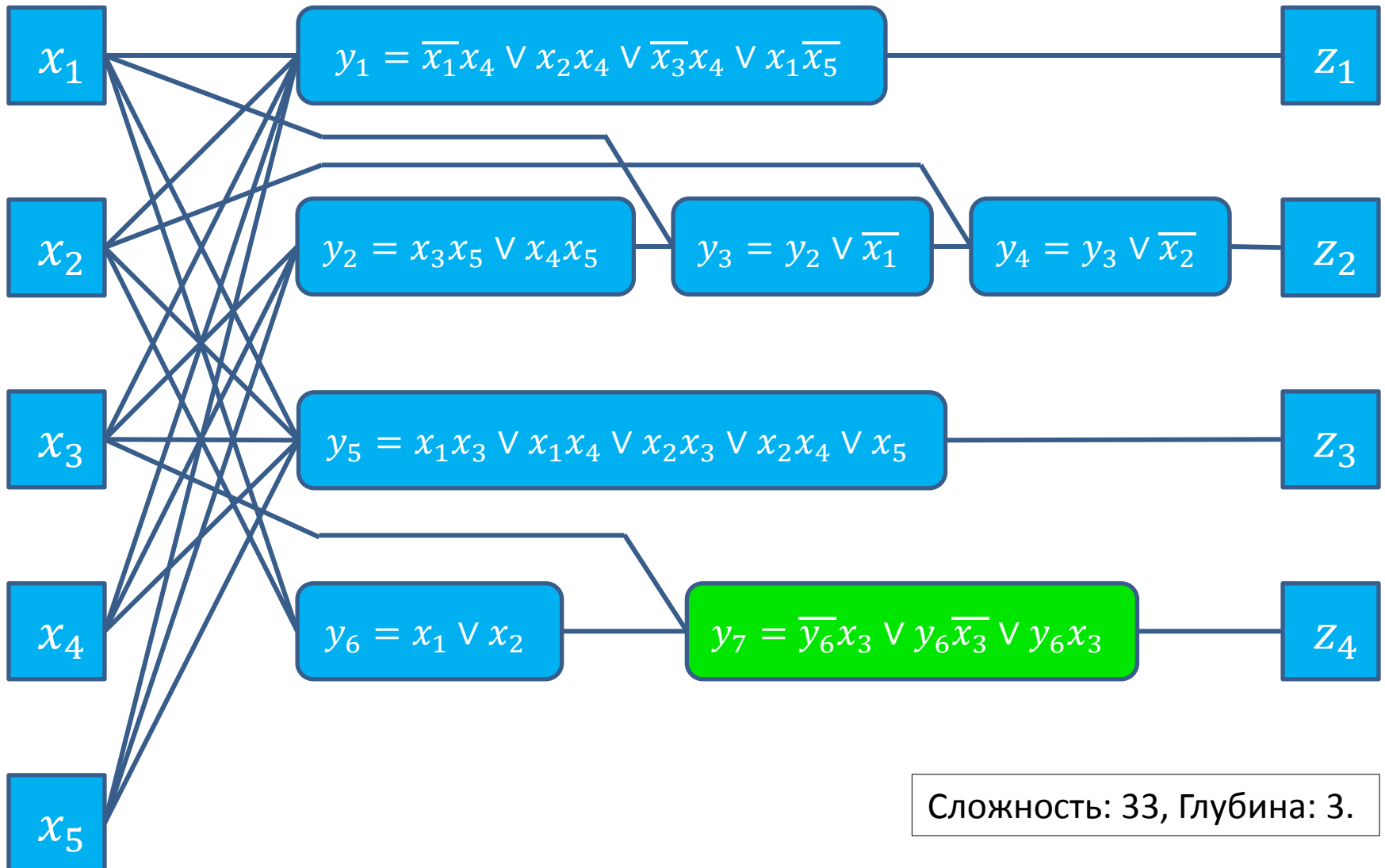


Сложность: 33, Глубина: 3.

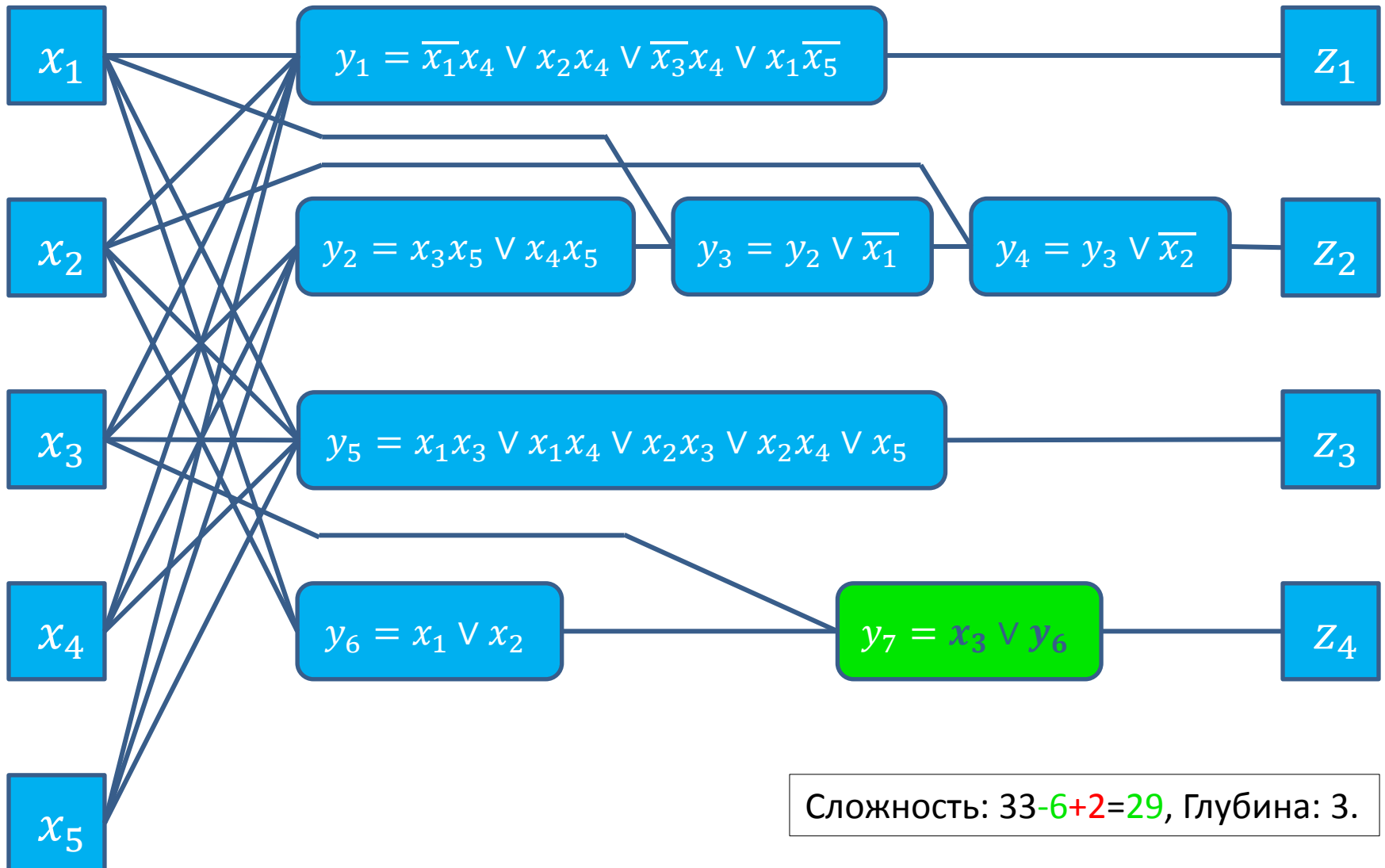
Пример извлечения (EXTRACTION)



Пример упрощения (SIMPLIFICATION)

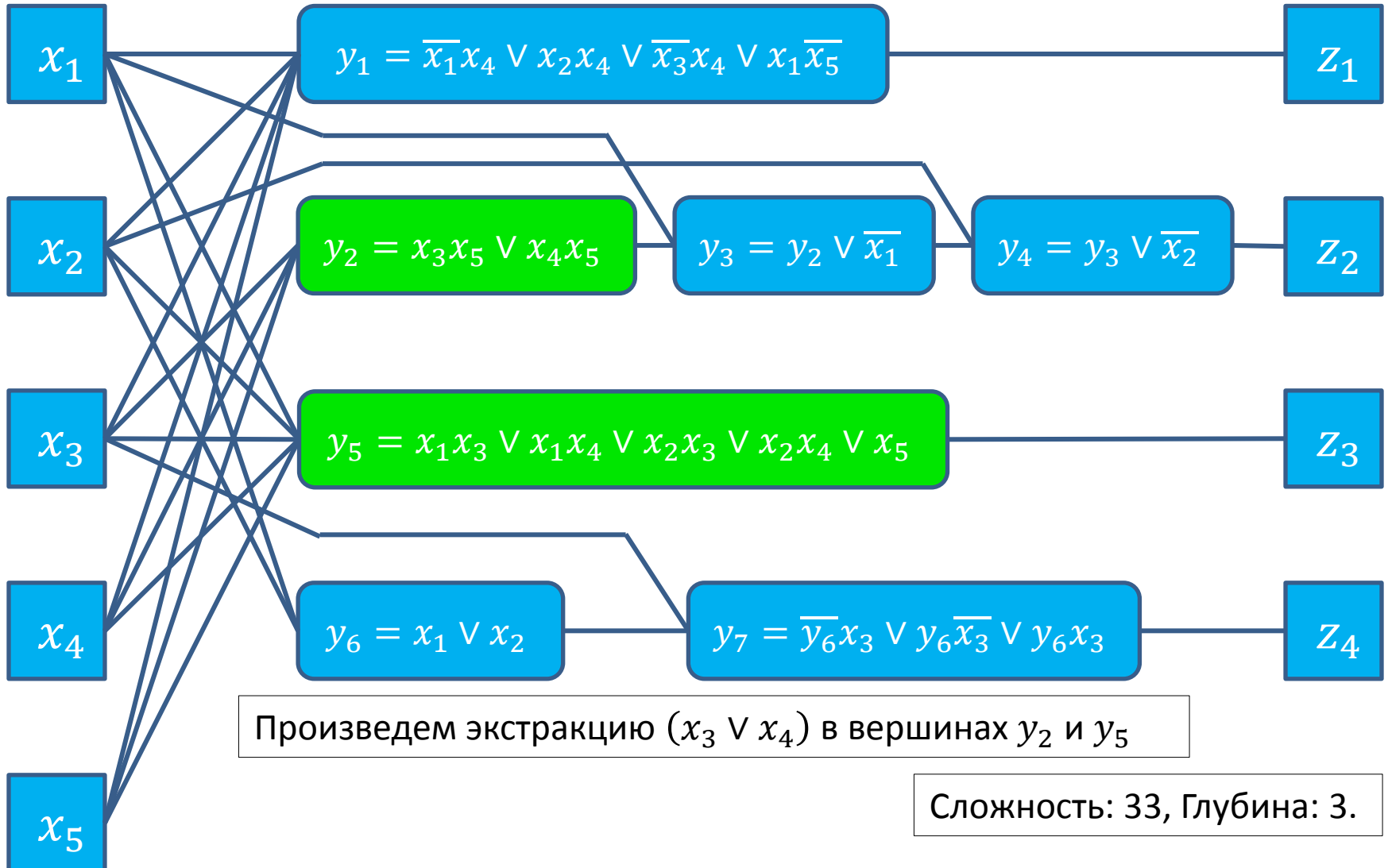


Пример упрощения (SIMPLIFICATION)

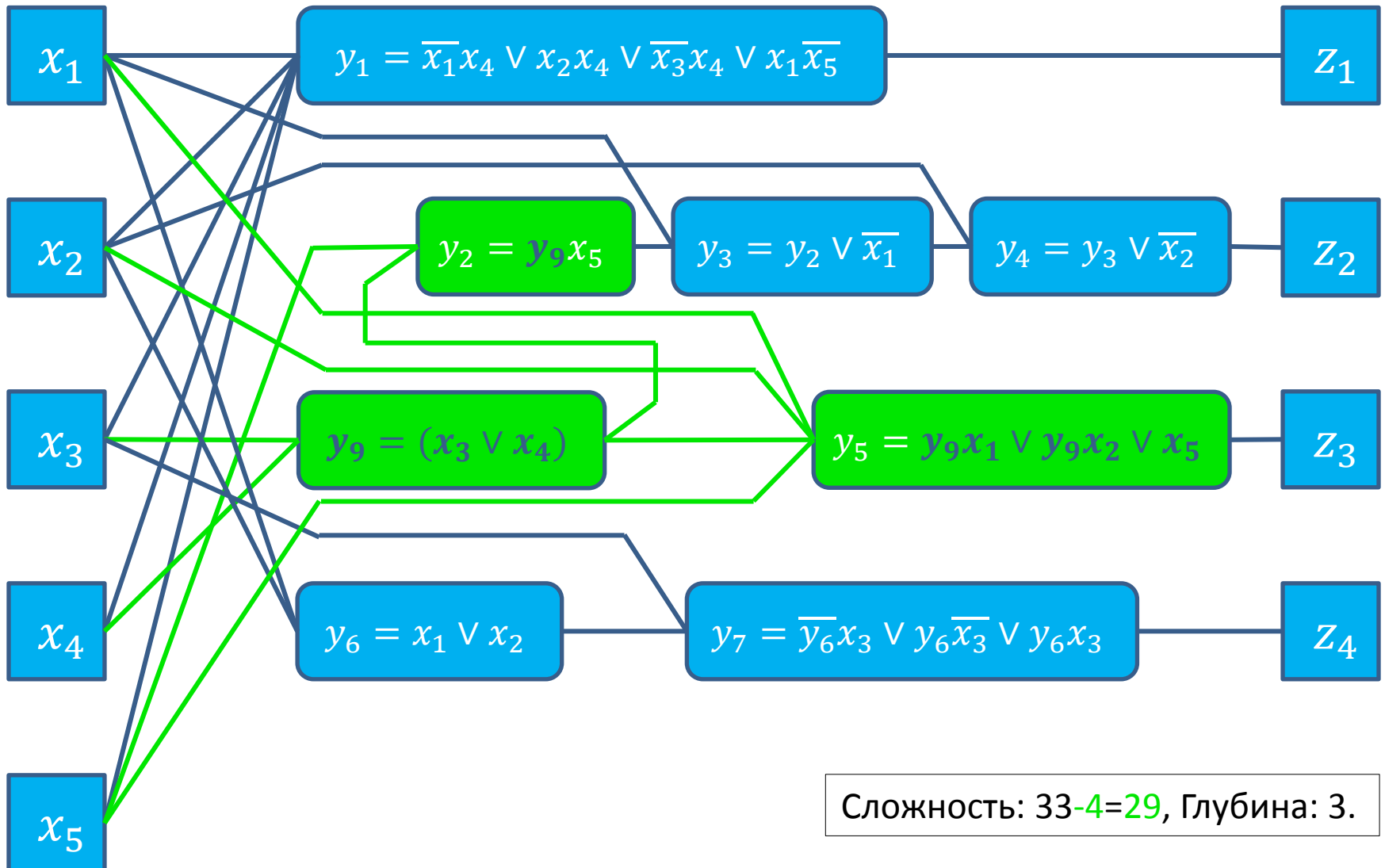


Сложность: $33-6+2=29$, Глубина: 3.

Пример подстановки (SUBSTITUTION)

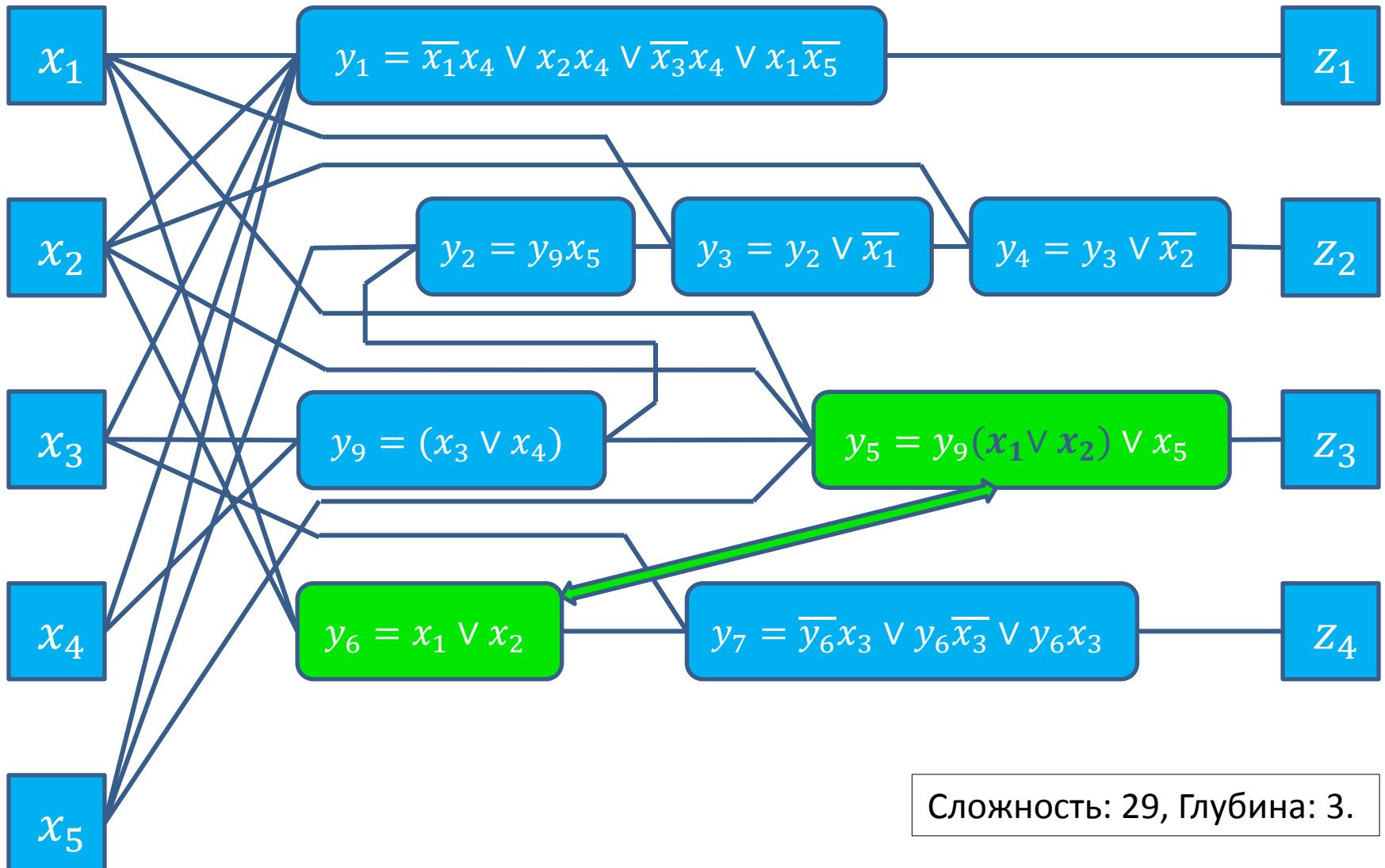


Пример подстановки (SUBSTITUTION)



Сложность: $33-4=29$, Глубина: 3.

Пример подстановки (SUBSTITUTION)



Пример подстановки (SUBSTITUTION)

