

# Математическая логика

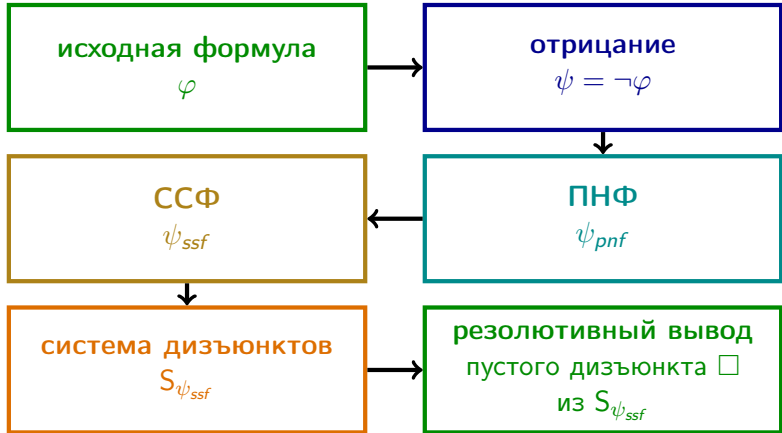
mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

## Блок 25

Метод резолюций:  
заключительный пример

Лектор:  
**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:  
**valdus@yandex.ru**



$$\models \varphi \Leftrightarrow \not\models \psi \Leftrightarrow \not\models \psi_{pnf} \Leftrightarrow \not\models \psi_{ssf} \Leftrightarrow \not\models S_{\psi_{ssf}} \Leftrightarrow \text{существует вывод } \square \text{ из } S_{\psi_{ssf}}$$

В *блоке 5* для пояснения смысла логического следования была сформулирована *задача* (про Дашу, Сашу, Пашу и пиво), но в лекциях так и не появилось решение этой задачи. Попробуем решить эту *задачу* с использованием метода резолюций

## Дано:

1. Даша любит Сашу
2. Саша любит пиво
3. Паша любит пиво и всех тех, кто любит то же, что и он

**Вопрос 1.** Любит ли кто-нибудь Дашу?

**Вопрос 2.** Если кто-то любит Дашу, то кто? (получится ли это узнать?)

То же на языке логики предикатов:

- ▶ предикатный символ:  $L^{(2)}$ ; " $L(x, y)$ " = "икс любит игрека"
- ▶ константы: **Даша, Саша, Паша, пиво**

1.  $\varphi_1 = L(\text{Даша}, \text{Саша})$
2.  $\varphi_2 = L(\text{Саша}, \text{пиво})$
3.  $\varphi_3 = L(\text{Паша}, \text{пиво})$ ,  
 $\varphi_4 = \forall x (\exists y (L(\text{Паша}, y) \& L(x, y)) \rightarrow L(\text{Паша}, x))$

**Вопрос 1:**  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \varphi$  ?

$(\varphi = \exists z L(z, \text{Даша}))$

Примéним *теорему о логическом следствии*:

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \varphi \Leftrightarrow \models \varphi_1 \& \varphi_2 \& \varphi_3 \& \varphi_4 \rightarrow \varphi$$

*Этап 1:* поставим отрицание над формулой

$$\neg(\varphi_1 \& \varphi_2 \& \varphi_3 \& \varphi_4 \rightarrow \varphi)$$

*Этап 2:* построим равносильную ПНФ

$$\forall x \forall y \forall z \left( \begin{array}{l} L(\text{Даша}, \text{Саша}) \& L(\text{Саша}, \text{пиво}) \& L(\text{Паша}, \text{пиво}) \\ \& (\neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\text{Паша}, x)) \\ \& \neg L(z, \text{Даша}) \end{array} \right)$$

*Этап 3:* построим равновыполнимую ССФ

Формула выше — ССФ

*Этап 4:* перейдём к системе дизъюнктов:

$$S = \left\{ \begin{array}{l} L(\text{Даша}, \text{Саша}), L(\text{Саша}, \text{пиво}), L(\text{Паша}, \text{пиво}), \\ \neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(x, y) \vee L(\text{Паша}, x), \\ \neg L(z, \text{Даша}) \end{array} \right\}$$

Этап 5: попробуем вывести пустой дизъюнкт

$$\begin{array}{l} \neg L(z, \text{Даша}) \\ \{z/\text{Паша}, x'/\text{Даша}, y'/y\} \downarrow \quad \neg L(\text{Паша}, y') \vee \neg L(x', y') \vee L(\text{Паша}, x') \\ \neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(\text{Даша}, y) \leftarrow \\ \{y/\text{Саша}\} \downarrow \quad L(\text{Даша}, \text{Саша}) \\ \neg L(\text{Паша}, \text{Саша}) \leftarrow \\ \{x'/\text{Саша}, y'/y\} \downarrow \quad \neg L(\text{Паша}, y') \vee \neg L(x', y') \vee L(\text{Паша}, x') \\ \neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(\text{Саша}, y) \leftarrow \\ \{y/\text{пиво}\} \downarrow \quad L(\text{Паша}, \text{пиво}) \\ \neg L(\text{Саша}, \text{пиво}) \leftarrow \\ \varepsilon \downarrow \quad L(\text{Саша}, \text{пиво}) \\ \square \leftarrow \end{array}$$

Ответ 1:  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4 \models \varphi$  — кто-то действительно любит Дашу

Вопрос 2: а кто?

$$\begin{array}{l}
\neg L(z, \text{Даша}) \\
\downarrow \quad \theta_1 = \{z/\text{Паша}, x'/\text{Даша}, y'/y\} \\
\neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(\text{Даша}, y) \\
\downarrow \quad \theta_2 = \{y/\text{Саша}\} \\
\neg L(\text{Паша}, \text{Саша}) \\
\downarrow \quad \theta_3 = \{x'/\text{Саша}, y'/y\} \\
\neg L(\text{Паша}, y) \vee \neg L(\text{Саша}, y) \\
\downarrow \quad \theta_4 = \{y/\text{пиво}\} \\
\neg L(\text{Саша}, \text{пиво}) \\
\downarrow \quad \theta_5 = \varepsilon \\
\Box
\end{array}$$

Тайный поклонник Даши в выводе обозначен переменной  $z$

Посмотрим, как эта переменная изменялась унификаторами:

$$z\theta_1\theta_2\theta_3\theta_4\theta_5 = \text{Паша}$$

**Ответ 2:** Паша любит Дашу (*но могут быть и другие поклонники*)

**Для самостоятельного размышления:**

**А для каких резольтивных выводов такое извлечение ответа из композиции подстановок действительно работает, и почему?**