**Вопросы к экзамену по курсу**

**«Дискретные функции и их представления» (2015-2016 уч.г.)**

**Лектор – доцент Селезнева Светлана Николаевна**

1. Поляризованные полиномиальные формы (ППФ). Длина функции в классе ППФ. Теорема Перязева о длине функций алгебры логики в классе ППФ.
2. Сложность системы функций в классе ППФ. Теорема о сложности систем функций алгебры логики, содержащих хотя бы две функции, в классе ППФ.
3. Полиномиальные нормальные формы (ПНФ). Длина функции в классе ПНФ. Нижняя мощностная оценка длины функций алгебры логики в классе ПНФ.
4. Теорема Кириченко об оценке длины функций алгебры логики в классе ПНФ через затеняющее множество куба.
5. Покрытия матриц. Градиентное покрытие матрицы. Лемма о градиентном покрытии. Оценка затеняющего множества куба. Верхняя оценка длины функций алгебры логики в классе ПНФ.
6. Приближения функций алгебры логики полиномами. Леммы о свойствах биномиальных коэффициентов и их сумм. Теорема о ранге полиномов, приближающих функции алгебры логики с заданной точностью.
7. Приближения функций алгебры логики полиномами. Лемма о приближении функции алгебры логики на множестве. Теорема о длине полиномов, приближающих функции алгебры логики с заданной точностью.
8. Линейные функции алгебры логики. Обоснование нелинейности функции. NP-полнота задачи распознавания нелинейности функции алгебры логики, заданной в виде ДНФ.
9. Монотонные функции алгебры логики. Обоснование немонотонности функции. NP-полнота задачи распознавания немонотонности функции алгебры логики, заданной в виде ДНФ.
10. Нижняя единица функции алгебры логики. Лемма о нахождении всех нижних единиц функции алгебры логики по ее полиному Жегалкина.
11. Полиномиальность задачи распознавания монотонности функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина.
12. Самодвойственные функции алгебры логики. Обоснование несамодвойственности функции. NP-полнота задачи распознавания несамодвойственности функции алгебры логики, заданной в виде ДНФ.
13. Четные функции алгебры логики. Лемма о соотношении между самодвойственными и четными функциями алгебры логики. Леммы о свойствах полиномов Жегалкина четных функций алгебры логики.
14. Полиномиальность задачи распознавания самодвойственности функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина.
15. NP-полнота задачи выполнимости системы функций алгебры логики, заданных в виде полиномов Жегалкина.
16. Вес функции алгебры логики. NP-трудность задачи распознавания равенства веса n-местной функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина, числу 2^{n-1}.
17. Выражение коэффициентов полинома Жегалкина функции алгебры логики через ее значения. Критерий четности веса функции алгебры логики.
18. Полиномиальность задачи распознавания кратности веса функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина, числу 2^m, где m - заранее известное натуральное число.
19. Мультиаффинные функции алгебры логики. NP-полнота задачи распознавания мультиаффинности функции алгебры логики, заданной в виде ДНФ.
20. Полиномиальность задачи распознавания мультиаффинности функции алгебры логики, заданной в виде полинома Жегалкина.

**Литература**

1. Горшков С.П. О сложности распознавания мультиаффинности, биюнктивности, слабой положительности и слабой отрицательности // Обзор промышленной и прикладной математики. Серия Дискретная математика. 1997. Т. 4, вып. 2. С. 216-237.
2. Джавадов Р. М. О сложности приближенного задания функций алгебры логики // ДАН СССР. 1982. Т. 265, вып. 1. С. 24-27.
3. Кириченко К. Д. Верхняя оценка сложности полиномиальных нормальных форм булевых функций // Дискретная математика. 2005. Т. 17, вып. 3. С. 80-88.
4. Логачев О. А., Сальников А. А., Ященко В. В. Булевы функции в теории кодирования и криптологии. М.: МЦНМО, 2004 (Гл. 2, п. 2.1-2.2, с. 65-90).
5. Перязев Н. А. Сложность булевых функций в классе полиномиальных поляризованных форм // Алгебра и логика. 1995. Т. 34, вып. 3. С. 323-326.
6. Сапоженко А.А. Проблема Дедекинда и метод граничных функционалов. М.: Физматлит, 2009.
7. Селезнева С. Н. О сложности распознавания полноты множеств булевых функций, реализованных полиномами Жегалкина // Дискретная математика. 1997. Т. 9, вып. 4. С. 24-31.
8. Селезнева С. Н. Об алгоритмической сложности нахождения остатка от деления на степень двойки веса булевой функции, заданной полиномом // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2007. Вып. 1. С. 25-29.
9. Селезнева С. Н. О приближении с заданной точностью функций k-значных логик полиномами // Дискретная математика. 2008. Т. 20, вып. 2. С. 32-45.
10. Carlet C., Guillot Ph. A new representation of Boolean functions // Technical report INRIA Project CODES. 1999. P. 1-14.
11. Even S., Kohavi I., Paz A. On minimal modulo 2 sums of products for switching functions // IEEE Trans. Elect. Comput. 1967. P. 671-674.
12. <http://mk.cs.msu.ru/index.php/Булевы_функции_и_полиномы> текст лекций спецкурса