

Занятие 5. Биунктивные и мультиаффинные функции.

1. Выяснить, является ли функция $g \in P_2$ биунктивной, если

- 1) $g(x_1, x_2, x_3) = (0110 \ 1000)$;
- 2) $g(x_1, x_2, x_3) = (0001 \ 1000)$;
- 3) $g(x_1, x_2, x_3) = (1011 \ 1101)$;
- 4) $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010 \ 1010 \ 0100 \ 0101)$.

2. Найти приведенное представление биунктивной функции $g \in P_2$, если

- 1) $g(x_1, x_2, x_3) = (0111 \ 0000)$;
- 2) $g(x_1, x_2, x_3) = (0100 \ 0010)$;
- 3) $g(x_1, x_2, x_3) = (1111 \ 1000)$;
- 4) $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101 \ 0001 \ 0000 \ 0001)$.

3. Выяснить, является ли биунктивная КНФ K выполнимой, если

- 1) $K = (\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee x_3)$;
- 2) $K = (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1)(\bar{x}_2 \vee x_4)(x_3 \vee \bar{x}_4)$;
- 3) $K = (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_2 \vee x_4)(\bar{x}_3 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)$;
- 4) $K = (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee x_3)(\bar{x}_3)$.

4. 1. Найти приведенное представление каждой биунктивной функции из множества $S \subseteq B$, где $S = \{g_1, g_2\}$, если

$$\alpha_{g_1} = (1001), \quad \alpha_{g_2} = (0101 \ 1100).$$

2. При помощи полученных в п. 1 приведенных представлений выяснить, является ли выполнимым пример K задачи S -ВЫП, где S из п. 1, если

- 1) $K = g_1(x_1, x_3) \cdot g_2(x_2, x_1, x_4) \cdot g_2(x_3, x_4, x_1)$;
- 2) $K = g_2(x_1, x_2, x_3) \cdot g_2(x_2, x_3, x_1) \cdot g_2(x_3, x_1, x_2)$;
- 3) $K = g_1(x_1, x_2) \cdot g_1(x_3, x_4) \cdot g_2(x_1, x_2, x_4) \cdot g_2(x_3, x_4, x_1)$;
- 4) $K = g_1(x_1, x_2) \cdot g_2(x_1, x_2, x_1) \cdot g_2(x_2, x_3, x_4)$.

5. Выяснить, является ли функция $g \in P_2$ мультиаффинной, если

- 1) $g(x_1, x_2, x_3) = (0111 \ 1110)$;
- 2) $g(x_1, x_2, x_3) = (1000 \ 0001)$;
- 3) $g(x_1, x_2, x_3) = (1010 \ 1100)$;
- 4) $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010 \ 1010 \ 1010 \ 0101)$.

6. Найти приведенное представление мультиаффинной функции $g \in P_2$, если

- 1) $g(x_1, x_2, x_3) = (0100 \ 0100)$;
- 2) $g(x_1, x_2, x_3) = (0100 \ 0010)$;
- 3) $g(x_1, x_2, x_3) = (0000 \ 1001)$;
- 4) $g(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000 \ 0110 \ 0110 \ 0000)$.

7. Выяснить, является ли ЛКНФ K выполнимой, если

- 1) $K = (x_1 \oplus x_2 \oplus 1)(x_1 \oplus x_3 \oplus x_4)(x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus 1)$;
- 2) $K = (x_1 \oplus 1)(x_1 \oplus x_2 \oplus 1)(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus 1)(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus 1)$;
- 3) $K = (x_1 \oplus x_2 \oplus 1)(x_2 \oplus x_3)(x_3 \oplus x_4 \oplus 1)$;
- 4) $K = (x_1 \oplus x_2 \oplus x_3)(x_2 \oplus x_4 \oplus 1)(x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus 1)$.

8. 1. Найти приведенное представление каждой мультиаффинной функции из множества $S \subseteq MA$, где $S = \{g_1, g_2\}$, если

$$\alpha_{g_1} = (0110), \quad \alpha_{g_2} = (1000 \ 0001).$$

2. При помощи полученных в п. 1 приведенных представлений выяснить, является ли выполнимым пример K задачи S -ВЫП, где S из п. 1, если

- 1) $K = g_1(x_1, x_2) \cdot g_1(x_1, x_3) \cdot g_1(x_2, x_3)$;
- 2) $K = g_1(x_1, x_2) \cdot g_1(x_1, x_4) \cdot g_1(x_2, x_3) \cdot g_1(x_3, x_4)$;
- 3) $K = g_1(x_1, x_3) \cdot g_1(x_2, x_4) \cdot g_2(x_1, x_2, x_3) \cdot g_2(x_2, x_3, x_4)$;
- 4) $K = g_1(x_1, x_2) \cdot g_1(x_3, x_4) \cdot g_2(x_1, x_1, x_3) \cdot g_2(x_2, x_3, x_4)$.