

Математическая логика и логическое программирование

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы
→ Математическая логика и логическое программирование (3-й поток)

Блок 43

Логические программы:
стековые вычисления

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2025, сентябрь–декабрь

С математической точки зрения, в интерпретаторах логических программ обычно используется **стандартная стратегия** построения дерева вычислений, согласно которой для применения правила

- ▶ всегда выбирается самая левая подцель и
- ▶ дерево вычислений обходится в глубину согласно порядку правил

Но это только математический взгляд: в интерпретаторах обычно нет структур данных для представления деревьев, и концепция обхода дерева вычислений в глубину реализована в другом эффективном виде

Простейший эффективный способ организации перебора вычислений согласно стандартной стратегии основан на использовании **стека** (**магазина**)

Элемент стека соответствует вершине дерева вычислений, обход которой начат, но ещё не завершён

В элементе стека для вершины дерева, отвечающей вычислению $Q_1 \xrightarrow{\mathcal{R}_1, \theta_1} \dots \xrightarrow{\mathcal{R}_{k-1}, \theta_{k-1}} Q_k$, сохранена основная информация об этом вычислении, необходимая для обхода и для выдачи ответа:

1. Запрос Q_k
2. Множество целевых переменных $V = \text{Var}_{Q_1}$
3. Частично вычисленный ответ $(\theta_1 \dots \theta_{k-1})|_V$
4. Порядковый номер i правила, которое будет применяться к запросу следующим согласно обходу

Элементы стека в иллюстрациях будут перечисляться вертикально сверху вниз, аналогично расположению ярусов дерева вычислений

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
 $?p(X, Y), s(X)$

Начинаем вычисление:

$?p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
------------------	------------	------------	---

Применяем правило 1:

$?p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
$?q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1

Правило 1 применить нельзя:

$?p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
$?q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2

Правило 2 применить нельзя:

$?p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
$?q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Применяем правило 3:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	1

Правило 1 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	2

Правило 2 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	3

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Правило 3 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	4

Применяем правило 4:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	4
? $s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$	1

Правило 1 применить нельзя: ...

Правило 2 применить нельзя: ...

Правило 3 применить нельзя: ...

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Правило 4 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	4
? $s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$	5

Применяем правило 5:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ε	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	4
? $s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$	5
\square	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$	1

Выдаём ответ $\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

К \square ничего применить нельзя, **откат** (извлекаем голову стека, увеличиваем номер команды):

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	4
? $s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}, Y/\mathbf{c}\}$	6

Правила кончились, откат:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	5

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Правило 5 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	3
? $r(Y), s(\mathbf{b})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{b}\}$	6

Правила кончились, откат:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	4

Правило 4 применить нельзя: ...

Правило 5 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	1
? $q(X), r(Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	6

Правила кончились, откат:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
-------------------	------------	------------	---

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Применяем правило 2:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	$\{X, Y\}$	$\{Y/X\}$	1

Правило 1 применить нельзя: ...

Правило 2 применить нельзя: ...

Правило 3 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	$\{X, Y\}$	$\{Y/X\}$	4

Применяем правило 4:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	$\{X, Y\}$	$\{Y/X\}$	4
? $s(\mathbf{c})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{c}, Y/\mathbf{c}\}$	1

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Правило 1 применить нельзя: ...

Правило 2 применить нельзя: ...

Правило 3 применить нельзя: ...

Правило 4 применить нельзя: ...

Правило 5 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	$\{X, Y\}$	$\{Y/X\}$	4
? $s(\mathbf{c})$	$\{X, Y\}$	$\{X/\mathbf{c}, Y/\mathbf{c}\}$	6

Правила кончились, откат:

? $p(X, Y), s(X)$	$\{X, Y\}$	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	$\{X, Y\}$	$\{Y/X\}$	5

Пример

1 : $p(X, Y) \leftarrow q(X), r(Y)$;
2 : $p(X, X) \leftarrow r(X)$;
3 : $q(\mathbf{b})$; 4 : $r(\mathbf{c})$; 5 : $s(\mathbf{b})$;
? $p(X, Y), s(X)$

Правило 5 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	{X, Y}	ϵ	2
? $r(X), s(X)$	{X, Y}	{Y/X}	6

Правила кончились, откат:

? $p(X, Y), s(X)$	{X, Y}	ϵ	3
-------------------	--------	------------	---

Правило 3 применить нельзя: ...

Правило 4 применить нельзя: ...

Правило 5 применить нельзя:

? $p(X, Y), s(X)$	{X, Y}	ϵ	6
-------------------	--------	------------	---

Правила кончились, откат

Стек пуст, обход завершён

Такая стековая организация вычислений логических программ используется и на практике, но обычно в более «продвинутом» виде

Например, в начале 1980-х годов исследователь Дэвид Уоррен предложил вычислительную модель (Warren abstract machine), задающую модель памяти, набор стеков для эффективной работы с ней и особую *архитектуру системы команд* для удобной низкоуровневой интерпретации логических программ в предложенной модели и системе стеков

Но знание устройства машины Уоррена в этом курсе не нужно: далее будут обсуждаться предикаты, предназначенные для управления вычислениями программ, и чтобы их понять, достаточно знать, как устроены деревья вычислений и стековые вычисления