Математическая логика

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

Блок 43

Эпистемические логики

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич

E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2020/2021, весенний семестр

Эпистемические логики

Эпистемическая логика (логика знаний) — это разновидность модальной логики, в которой модальность $\Box$ означает "я знаю", а $\Diamond$ — "я допускаю"

Так как эпистемическая логика является модальной, то в ней справедливы все законы модальной логики

Но смыслом модальностей могут определяться и другие законы

Если "я" — **идеальный познающий субъект**, то совокупность моих знаний и допущений должна подчиняться, помимо общих законов модальных логик, *как минимум* таким законам:

- мои знания верны
  $\Box\varphi \to \varphi$ (закон адекватности знания)
- мне известно, что именно я знаю
  $\Box\varphi \to \Box\Box\varphi$ (закон позитивной интроспекции)
- мне известно, что именно я **не** знаю
  $\neg\Box\varphi \to \Box\neg\Box\varphi$ (закон негативной интроспекции)

Эпистемические логики

Рассмотрим произвольную шкалу Крипке $\mathcal{F} = (W, R)$

Утверждение

$\mathcal{F} \models \Box\varphi \to \varphi$ **верно для любой формулы** φ

$\Leftrightarrow$

отношение R **рефлексивно**

Утверждение

$\mathcal{F} \models \Box\varphi \to \Box\Box\varphi$ **верно для любой формулы** φ

$\Leftrightarrow$

отношение R **транзитивно**

Утверждение. **Пусть отношение** R **транзитивно. Тогда**

$\mathcal{F} \models \neg\Box\varphi \to \Box\neg\Box\varphi$ **верно для любой формулы** φ

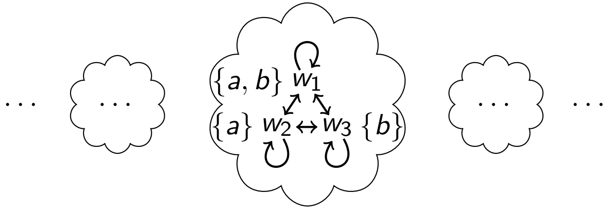
$\Leftrightarrow$

отношение R **симметрично**

Доказательство. Попробуйте сами, если интересуетесь

Эпистемические логики

Следствие: модель Крипке идеального познающего субъекта — это модель $\mathcal{I}$, миры которой разбиваются на *классы эквивалентности* по отношению переходов:

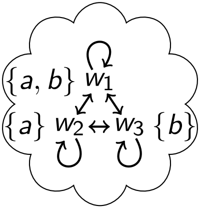


Пояснение

Пусть w_1 — мир достоверных фактов

Тогда класс эквивалентности w_1 состоит из всех миров, устройство которых не противоречит информации, которой располагает познающий субъект

Эпистемические логики



Пояснение

- a — это факт, ...

$$\mathcal{I}, w_1 \models a$$

- ..., но моих знаний недостаточно, чтобы это утверждать, ...

$$\mathcal{I}, w_1 \not\models \Box a$$

- ..., но и опровергнуть a я тоже не могу

$$\mathcal{I}, w_1 \models \Diamond a$$

- а что я точно знаю, так это то, что если не a, то обязательно b

$$\mathcal{I}, w_1 \models \Box(\neg a \to b)$$

Эпистемические логики

В более широкой и “полезной” постановке задачи познающий субъект

- может изменять мир согласно своим скромным возможностям
- может взаимодействовать с другими такими же субъектами, обмениваясь с ними знаниями
- пытается достичь некоторой цели, кооперируясь или конкурируя с другими субъектами

Таких взаимодействующих субъектов принято называть агентами, а совокупность всех агентов с описанием их возможностей и целей —

мультиагентной системой

Каждому агенту a такой системы присваивается своя эпистемическая модальность $\Box_a$: “агент a знает, что ...”

Иногда рассматриваются и групповые модальности — например, $\Box_\forall$: “все агенты знают, что ...”

Эпистемические логики

Пример: **задача о трёх мудрецах**

Король призвал трёх мудрецов, показал им три чёрные шапки и две белые, завязал глаза, надел на мудрецов чёрные шапки, спрятал белые и развязал глаза

“Из пяти шапок, что я показал, три надеты на вас”, — сказал король
“Знаете ли вы, какая на вас шапка?” — спросил король

“Нет, не знаю”, хором ответили мудрецы

“Знаете ли вы, какая на вас шапка?” — повторил король

“Нет, не знаю”, хором ответили мудрецы

“Знаете ли вы, какая на вас шапка?” — ещё раз повторил король

“**Да, чёрная**”, хором ответили мудрецы

Как может выглядеть ход рассуждений мудрецов
в терминах эпистемической логики?