

1 Семинарское занятие. ω -автоматы. Логика S1S

Задача 1. Построить автоматы Бюхи, Рабина и Маллера, а также записать формулы логики S1S, которые задают следующие ω -языки в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$:

1. $L(ab^\omega)$;
2. $L(a^*ba^\omega)$;
3. $L((ab)^\omega)$;
4. $L = \{\alpha : \alpha \in \{a, b\}^\omega, \text{ в } \alpha \text{ буквы } a \text{ находятся только в позициях с нечетными номерами}\}$;
5. $L = \{\alpha : \alpha \in \{a, b\}^\omega, \alpha \text{ имеет нечетное число вхождений буквы } a\}$;
6. $L = \Sigma^\omega \setminus L(a^*ba^\omega)$;

Задача 2. Выразимы ли формулами логики S1S следующие отношения на множестве натуральных чисел?

1. $\{(n, m) : n \text{ кратно } 3 \text{ и } m \text{ кратно } 5\}$;
2. $\{(n, m) : n - m - \text{ четное число}\}$;
3. $\{(n, m) : n \leq m\}$;
4. $\{(n, m) : n \leq 2m\}$;
5. $\{(n, m) : 2n = 3m\}$;
6. $\{(k, n, m) : k + n = m\}$.

Задача 3. Какие ω -языки описывают следующие формулы логики S1S?

1. $\varphi_1(X) = \forall x(X(s(x)) \rightarrow X(x))$.
2. $\varphi_2(X) = \forall x(X(x) \leftrightarrow X(s(s(s(x))))))$;
3. $\varphi_3(X) = \forall x \exists y(X(x) \rightarrow X(s(s(x))))$;
4. $\varphi_4(X) = \exists y \forall x(\forall Y(Y(y) \wedge \forall z(Y(z) \rightarrow Y(s(z))) \rightarrow Y(x)) \rightarrow X(x))$;
5. $\varphi_5(X) = \exists X_1 \exists X_2 \forall x \forall y(X_1(x) \wedge X_2(y) \rightarrow (X(x) \wedge \neg X(y) \wedge x < y))$;
6. $\varphi_6(X, Y) = X(0) \wedge \forall x(X(x) \rightarrow Y(s(x)))$.