

# ***Курс «Дискретная математика», читаемый в весеннем семестре 2025–2026 уч. года для групп 115–120 (лектор — Ложкин С. А.)***

## **1. План прохождения материала на лекциях и проведения контрольных мероприятий**

### **I. Алгебра логики (6 лекций — 9.II, 13.II, 16.II, 20.II, 27.II, 2.III)**

1. Функции алгебры логики (ФАЛ) и табличные способы их задания. Равенство ФАЛ и оценка их числа. (9.II)
2. Формулы и их эквивалентность. Основные тождества и эквивалентные преобразования формул с помощью тождеств. Двойственные ФАЛ и двойственные формулы, принцип двойственности. (13.II)
3. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы (ДНФ и КНФ), их «геометрическая» интерпретация. Разложение ФАЛ по переменным, совершенные ДНФ и КНФ. Полиномы Жегалкина и их построение. (16.II)
4. Замыкание множества ФАЛ и замкнутые классы. Замкнутость классов  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $L$ ,  $S$ . Монотонная зависимость ФАЛ от переменных, замкнутость класса  $M$ . (20.II)
5. Полные системы ФАЛ и их примеры. Леммы о немонотонной, несамодвойственной и нелинейной ФАЛ. Теорема Поста о полноте. (27.II)
6. Базисы в  $P_2$  и теорема о числе ФАЛ в базисе. Предполные классы и теорема о предполных классах в  $P_2$ . (2.III)

Контрольная №1 по разделу I состоится на лекции 20.III, а консультация к ней — на лекции 16.III.

### **II. Теория графов (5 лекций — 6.III, 13.III, 23.III, 27.III, 30.III)**

7. Основные понятия теории графов. Пути, цепи и циклы в графах, связность графов. Соотношение между числом ребер, числом вершин и числом связных компонент графа. (6.III)
8. Деревья и теорема о равносильных определениях дерева. Корневые и упорядоченные корневые деревья, задание формул с помощью деревьев. Оценка числа деревьев с  $q$  ребрами. (13.III)
9. Остовные деревья. Кратчайшие остовные деревья и алгоритм их построения. (23.III)
10. Геометрическое представление графов, планарные графы. Формула Эйлера для планарных графов, критерий планарности Понтрягина –Куратовского. (27.III)
11. Раскраска графов. Раскраски графов в два цвета, раскраски планарных графов. (30.III)

### **III. Коды (5 лекций — 3.IV, 6.IV, 10.IV, 13.IV, 17.IV)**

12. Кодирование, алфавитные коды. Теоремы об однозначности декодирования для равномерных и префиксных кодов. Алгоритм распознавания однозначности алфавитного кодирования, теорема Маркова. (3.IV)
13. Неравенство Макмиллана, теорема о существовании префиксного кода с заданными длинами кодовых слов. Дерево префиксного кода. (6.IV)
14. Оптимальные коды (коды с минимальной избыточностью) и их свойства. Теорема редукции, метод Хаффмана построения оптимального кода. (10.IV)
15. Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Мощность кода, исправляющего ошибки. Линейные коды и их свойства. (13.IV)

16. Коды, исправляющие одну ошибку, коды Хэмминга, их построение и свойства. Мощность кода, исправляющего одну ошибку. (17.IV)

Контрольная №2 по разделам II и III состоится на лекции 27.IV, а консультация к ней — на лекции 24.IV.

#### **IV. Автоматы и сложность (4 лекций — 20.IV, 4.V, 8.V, 15.IV)**

17. Конечные автоматы и способы их описания. Отличимость состояний конечного автомата, оценка длины слова, различающего два отличимых состояния. Упрощение автоматов. (20.IV)
18. Схемы из функциональных элементов (СФЭ). Схемы из функциональных элементов и элементов задержки, реализация с их помощью конечных автоматов. (4.V)
19. Построение СФЭ для сложения и вычитания чисел в двоичной системе счисления. Дешифраторные и мультиплексорные СФЭ. (8.V)
20. Построение СФЭ для умножения чисел в двоичной системе счисления. Сложность СФЭ для умножения по методу Карацубы. (15.V)

Проведение контрольной №3 по разделу IV предварительно планируется на лекции 18.V.

## 2. План семинарских занятий по дискретной математике 2025-2026 уч. года

Задачи в плане указаны по задачнику Гаврилова Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.

### Семинар 1 (9.ІІ — на 3 потоке занятие проходит на неделе, которая начинается 9.ІІ)

Алгебра логики: функции алгебры логики, тождества, существенность переменных.

**В классе.** Гл. 1. № 1.18(4), 1.17(1), 1.22(1), 1.19(3), 1.20(4,6), 1.28(1,2), 1.31(1,2), 1.33(1,2), 1.35, 1.34(5).

**На дом.** Гл. 1. № 1.17(2), 1.22(2), 1.19(1), 1.20(5,7), 1.28(3), 1.30(7), 1.31(3), 1.33(3,4), 1.34(6).

### Семинар 2 (16.ІІ)

Алгебра логики: дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы, полиномы.

**В классе.** Гл. 1. № 2.3(3,4), 2.4(4,5), 2.12(1), 2.22(5), 2.23(3,5,7), 2.27(1), 2.28.

**На дом.** Гл. 1. № 2.3(1,5), 2.4(3,6), 2.12(2), 2.18(7), 2.22(6), 2.23(4,6,8), 2.27(2), 2.29\*.

### Семинар 3 (23.ІІ)

Алгебра логики: замкнутые классы, классы  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $S$ ,  $M$ .

**В классе.** Гл. 2. № 1.5(1,2,3,4), 1.6(1,2), 1.11, 4.1(1), 4.2(1), 2.2(6,10), 2.3(5), 2.7, 2.8(1), 5.1(2,4), 5.4(6), 5.5(4), 5.6(1), 5.35.

**На дом.** Гл. 2. 1.5(7,8), 1.9(1,2,5,6), 1.6(3), 4.1(3), 4.2(3), 2.2(5,8), 2.3(7), 2.6, 2.8(2), 5.1(5,6), 5.4(7), 5.5(5), 2.8(4)\*.

### Семинар 4 (2.ІІІ)

Алгебра логики: класс  $L$ , подсчет числа функций.

**В классе.** Гл. 2. № 3.2(4,9), 3.7, 3.3(4,5), 5.21(1,3), 4.3(2,4,6,10,11).

**На дом.** Гл. 2. № 3.2(6,10), 3.6, 3.3(6,7), 5.21(2,4), 4.3(3,5,7,17,18).

### Семинар 5 (9.ІІІ)

Алгебра логики: полнота и шепферовость.

**В классе.** Гл. 2. № 6.1(2,3), 6.2(3), 6.3(1,2), 6.11, 6.13, 6.15, 6.4(2), 6.5(2), 6.8(3,4), 6.10(1).

**На дом.** Гл. 2. № 6.1(4,5), 6.2(5), 6.3(5,6), 6.12, 6.16, 6.4(4), 6.5(4), 6.8(7,8), 6.10(2), 5.35, 6.10(4)\*.

### Семинар 6 (16.ІІІ)

Графы: изоморфизм, связность, орграфы.

**В классе.** Гл. 6. № 1.34(рис. 6.2,6.3), 1.3, 1.5(1), 1.21(1,2), 1.10, 1.13, гл. 6. № 1.54, 1.58.

**На дом.** Гл. 6. № 1.34(рис. 6.1,6.4), 1.5(2), 1.21(3, 4), 1.12, 1.29(3,4), гл. 6. № 1.60, 1.22\*.

### Семинар 7 (23.ІІІ)

Графы: деревья, упорядоченные деревья, остовные деревья.

**В классе.** Гл. 6. 1.29(1,2), 1.26, 1.27, 3.1(2,4), 3.2(1,3), 3.3, 3.10(1), по дополнительным задачам № 1(1,2).

**На дом.** Гл. 6. 1.29(3,4), 1.28, 3.1(1,3), 3.2(2,4), 3.10(2), по дополнительным задачам № 1(3).

### Семинар 8 (30.ІІІ)

Графы: планарность, раскраски.

**В классе.** Гл. 6. № 2.1(рис. 6.5а,6.6в), 2.2, 2.8, 2.13, 2.17(1), 2.18(рис. 6.1а,6.5а,6.6в).

**На дом.** Гл. 6. № 2.1(рис. 6.5б,6.6а), 2.3, 2.10, 2.17(2), 2.18(рис. 6.1б,6.5б).

### Семинар 9 (6.IV)

Коды: алфавитные коды, делимость, неравенство Макмиллана.

**В классе.** Гл. 7. № 1.3(1), 1.2(1,3,5,6), 1.7(3,5), 1.6(1,3,5), 1.8.

**На дом.** Гл. 7. № 1.2(2,4,7,8), 1.7(4,6), 1.6(2,4,6).

### Семинар 10 (13.IV)

Коды: минимальная избыточность, равномерные и линейные коды, кодовое расстояние.

**В классе.** Гл. 7. № 2.1(1,3,5), 2.10(1,3), 3.18(1,3), 4.7(1в,г).

**На дом.** Гл. 7. № 2.1(2,4,6), 2.10(4,5), 2.15, 3.18(2,4), 4.7(1б,д).

### Семинар 11 (20.IV)

Коды: обнаружение и исправление ошибок, коды Хэмминга.

**В классе.** Гл. 7. № 3.19(1,3), 3.20(1), 3.25, 3.21(1,3,5), 3.22(1,5,8), 4.1.

**На дом.** Гл. 7. № 3.19(2,4), 3.20(2), 3.26, 3.21(2,4,6), 3.22(2,6,10).

### Семинар 12 (27.IV)

Автоматы: диаграммы Мура, неотличимые состояния, канонические уравнения.

**В классе.** Гл. 4. № 2.1(1,3,4,16,24,27), в диаграммах Мура проверить отличимость состояний по теореме Мура, при необходимости диаграммы упростить, отождествив неотличимые состояния.

**На дом.** Гл. 4. № 2.1(5,8,9,15,25,28), в диаграммах Мура проверить отличимость состояний по теореме Мура, при необходимости диаграммы упростить, отождествив неотличимые состояния.

### Семинар 13 (4.V)

Автоматы: СФЭ с задержками, приведенные диаграммы.

**В классе.** Гл. 4. № 2.13(1,3,7), 2.14(2,3), 2.2(3,4), 2.4(1,3).

**На дом.** Гл. 4. № 2.13(2,4,8), 2.14(4,5), 2.2(2,5), 2.4(4,7).

### Семинар 14 (11.V)

Повторение.