Курс «Элементы теории дискретных управляющих систем» (ВМК МГУ, 3 курс, 318 гр. — кафедра МК).

Семинар №3
IV. Верхние оценки функций Шеннона

Задача №1

Получить верхнюю оценку функции Шеннона $L^{\text{BDD}}(n)$ вида $L^{\text{BDD}}(n) \lesssim \frac{2^n}{n}$.

Решение. Сопоставим BDD Σ из класса $\mathcal{U}^{\text{BDD}}$ схему S из класса $\mathcal{U}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}$, $\text{Б}_\mu = \{\mu, 0, 1\}$, где $\mu = \mu_1(x, y_0, y_1)$ — мультиплексорная ФАЛ порядка 1, причём x — её «прямая» БП, которая может присоединяться только ко входам схемы, а y_0, y_1 — «итеративные» БП, по которым осуществляется суперпозиция; и кроме того константы $0 = 0(x)$, $1 = 1(x)$ представляют собой элементы с одной «прямой» несущественной переменной x, которая может присоединяться ко входу схемы x_1 и только к нему. Будем считать вес ФЭ μ равным единице, а веса ФЭ 0, 1 равными нулю. Сопоставление происходит в соответствии с диаграммой изображённой на рис. 1, при этом ФАЛ, реализуемые схемами Σ и S, равны, а так же $L(\Sigma) = \mathcal{L}(S)$.

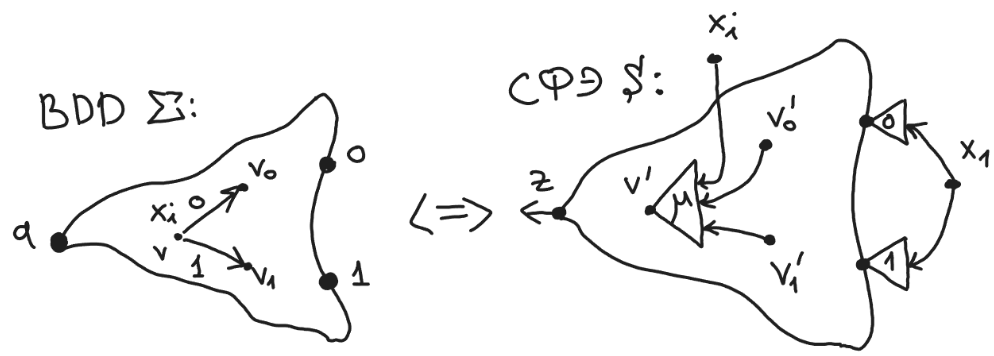

Рис. 1. Моделирование BDD Σ, $\Sigma \in \mathcal{U}^{\text{BDD}}$ посредством схемы S, $S \in \mathcal{U}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}$, той же «сложности».

Несложно понять, что указанное сопоставление является биекцией между $\mathcal{U}^{\text{BDD}}$ и $\mathcal{U}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}$, которая сохраняет как реализуемую схемами функцию, так и их сложность, так что в интересующем нас смысле эти классы схем изоморфны. Таким образом, $\mathcal{L}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}(n) = L^{\text{BDD}}(n)$. Докажем, что $\mathcal{L}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}(n) \lesssim \frac{2^n}{n}$, построив для ФАЛ f, $f \in P_2(n)$, СФЭ S_f, $S_f \in \mathcal{U}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}$, её реализующую.

1. Построение функции φ. Выберем формулу $\mathcal{F}_t$, которая имеет вид квазиполного двоичного дерева, построенного из t ФЭ μ, соединённых через «информационные» входы y_0, y_1, изображённого на рис. 2. Число ярусов (глубина) построенной таким образом формулы $\mathcal{F}_t$ равно $l = \lceil \log_2(t+1) \rceil$. Пусть формула $\mathcal{F}_t$ реализует существенную ФАЛ $\varphi = \varphi(y_0, \ldots, y_t, x_1, \ldots, x_l)$. Будем называть переменные $y_0, \ldots, y_t$ информационными, а переменные $x_1, \ldots, x_l$ — адресными переменными ФАЛ φ.

Замечание 1. Отметим, что при $t = 2^r - 1$ ФАЛ φ совпадает со стандартной мультиплексорной функцией μ_r порядка r. Заметим так же, что любую ФАЛ h, $h \in P_2(r)$, можно представить через μ_r, подставив вместо её информационных переменных вектор $\tilde{\alpha}_h$, $\tilde{\alpha}_h = (\alpha_0, \ldots, \alpha_{2^r-1})$, значений ФАЛ h:

$$h(x_1, \ldots, x_r) = \mu_r(x_1, \ldots, x_r, \alpha_0, \ldots, \alpha_{2^r-1}). \tag{1}$$

Таким образом, ФАЛ h реализуется соответствующей формулой $\mathcal{F}_{2^r-1}(x_1, \ldots, x_r, \alpha_0, \ldots, \alpha_{2^r-1})$, сложность которой равна $(2^r - 1)$. Следовательно, $\mathcal{L}^{\text{C}}_{\text{Б}_\mu}(h) \leqslant 2^r - 1$. Заметим, однако, что в силу наложенного на

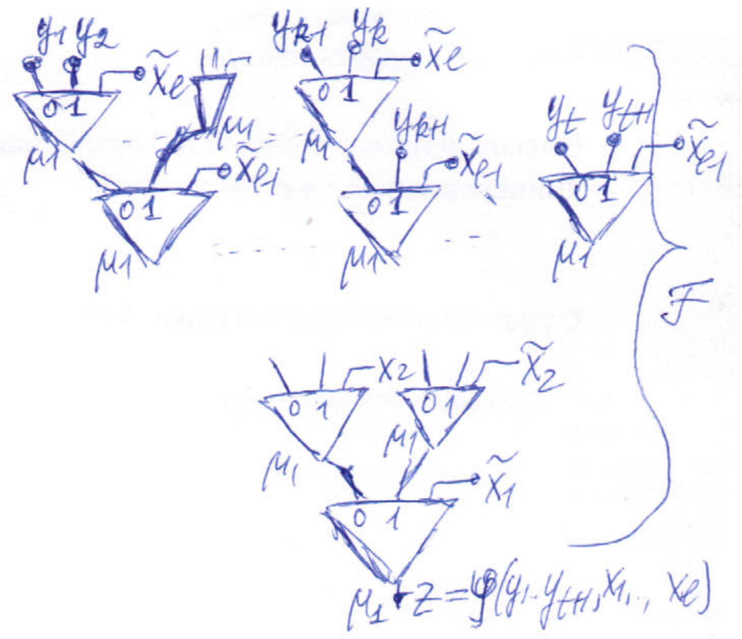

Рис. 2. Структура формулы $\mathcal{F}_t$, построенной в виде квазиполного дерева из ФЭ μ их суперпозицией по «информационным входам».

класс схем ограничения переменные $x_1, \ldots, x_r$ так реализованной функции h являются её «прямыми» входами и должны быть подключены ко входам схемы и, следовательно, по ним невозможно проводить суперпозицию. Сама ФАЛ h при этом может участвовать в суперпозиции с итеративными переменными другой схемы.

Замечание 2. Укажем на следующее очевидное свойство мультиплексорной функции: $\mu(\overline{x}, y_0, y_1) = \mu(x, y_1, y_0)$, которое будем использовать для реализации ФАЛ $\varphi^{(\tilde{\alpha})}$ вида $\varphi^{(\tilde{\alpha})} = \varphi(y_0, \ldots, y_t, x_1^{\alpha_1}, \ldots, x_l^{\alpha_l})$, где $\tilde{\alpha} \in B^l$, $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_l)$. Действительно, чтобы получить ФАЛ $\varphi^{(\tilde{\alpha})}$ достаточно взять формулу $\mathcal{F}_t^{(\tilde{\alpha})}$, которая отличается от формулы $\mathcal{F}_t$ лишь тем, что на каждом ярусе с номером k, $1 \leqslant k \leqslant l$, где $\alpha_k = 0$, который отвечает «инвертированной» входной переменной x_k, информационные входы каждого элемента μ этого яруса переставлены местами в соответствии с равенством $\mu(\overline{x}_k, y_0, y_1) = \mu(x_k, y_1, y_0)$.

2. Построение φ-универсального множества G. Рассмотрим натуральные числа m и s, которые будут основными параметрами конструкции. Построим φ-УМ G порядка m, соответствующее разбиению $\widehat{\Pi}$, $\widehat{\Pi} = (\widehat{\pi}_1, \ldots, \widehat{\pi}_{p+l})$, куба B^m от переменных $x_1, \ldots, x_m$, первые p, $p = t + 1$, компонент которого $\widehat{\pi}_1, \ldots, \widehat{\pi}_p$ образуют разбиение B^m на последовательные отрезки высоты s, а оставшиеся l компонент пустые $\widehat{\pi}_{p+1} = \ldots = \widehat{\pi}_{p+l} = \varnothing$. При этом $p = \lceil 2^m/s \rceil$, а множество G имеет вид $G = \bigcup_{i=1}^{p+l} G^{(i)}$, где $G^{(i)} = \{g_{i,1}, \ldots, g_{i,k_i}\}$ — множество попарно различных ФАЛ, принимающих произвольные значения на наборах из $\widehat{\pi}_i$ и какие-то фиксированные (какие?) значения на остальных наборах. Заметим, что число k_i ФАЛ во множестве $G^{(i)}$ равно 2^s при $i = 1, \ldots, p-1$, не превосходит 2^s при $i = p$, и равно единице при $i = p+1, \ldots, p+l$, то есть в последнем случае множество $G^{(i)}$ состоит из единственной ФАЛ $g_{i,1}$, $g_{i,1} \in P_2(m)$. Введём обозначения $G' = \bigcup_{i=1}^{p} G^{(i)}$, $G'' = \bigcup_{i=p+1}^{p+l} G^{(i)}$, в которых $G = G' \cup G''$. Тогда $|G'| \leqslant p \cdot 2^s$, $|G''| = l$, $|G| \leqslant p \cdot 2^s + l$.

3. Реализация ФАЛ множества G'. Построим СФЭ $S_{G'}$, $S_{G'} \in \mathcal{U}^{\mathrm{C}}_{\mathrm{Б}_\mu}$, представляющую собой объединение $|G'|$ формул $\mathcal{F}_{2^m-1}$ реализующих на своих выходах систему функций множества G', построенных на основе разложения (1). Сложность схемы $S_{G'}$ удовлетворяет неравенству $\mathcal{L}(S_{G'}) \leqslant |G'| \cdot \mathcal{L}(\mathcal{F}_{2^m-1}) \leqslant p \cdot 2^{s+m}$.

4. Реализация ФАЛ множества G''. Функции множества G'' промоделируем переменными или их отрицаниями на компонентах связанного с системой ФАЛ $(g_{p+1,1}, \ldots, g_{p+l,1})$ m-регулярного разбиения

$\Delta = (\delta_0, \ldots, \delta_{2^{q-m}-1})$ куба B^q, $q = m + l$, построенного по утв. 6.1 при $a = 1$ (как в курсе Основы кибернетики).

А именно, пусть δ_0 состоит из всех тех 2^m двоичных наборов $\tilde{\gamma}$, $\tilde{\gamma} = (\gamma_1, \ldots, \gamma_{m+l})$, которые имеют попарно различные префиксы $(\gamma_1, \ldots, \gamma_m)$ длины m, и таких что $\gamma_{m+j} = g_{p+j,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m)$ для любого $j = 1, \ldots, l$:

$$\delta_0 = \Big\{ \big(\gamma_1, \ldots, \gamma_m, g_{p+1,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m), \ldots, g_{p+l,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m)\big) \mid \gamma_1, \ldots, \gamma_m \in B \Big\}. \tag{2}$$

Тогда множество δ_j, $j = 1, \ldots, 2^{q-m} - 1$, будет определено как множество всех тех двоичных наборов, которые получаются покомпонентной суммой по модулю два наборов из множества δ_0 с набором $(0, \ldots, 0, \beta_1, \ldots, \beta_l)$ длины $(m + l)$, где $(\beta_1, \ldots, \beta_l)$ есть двоичная запись числа j:

$$\delta_j = \{ \tilde{\gamma} \oplus (\underbrace{0, \ldots, 0}_{m \text{ раз}}, \beta_1, \ldots, \beta_l) \mid \tilde{\gamma} \in \delta_0, \, \nu(\beta_1, \ldots, \beta_l) = j \}. \tag{3}$$

Основное свойство построенных множеств таково: для любого $j = 0, \ldots, 2^{q-m} - 1$, связанного с ним набора $\tilde{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_l)$, такого что $\nu(\tilde{\beta}) = j$, и любого $k = 1, \ldots, l$ на множетсве наборов δ_j выполняется равенство функций $g_{p+k,1} \overset{\delta_j}{\equiv} e_{k,\beta_k}$, где через e_{k,β_k}, $e_{k,\beta_k} \in P_2(m + l)$, обозначена ФАЛ $e_{k,\beta_k}(x_1, \ldots, x_{m+l}) = x_{m+k}^{\overline{\beta}_k}$, то есть $g_{p+k,1}(\tilde{\gamma}) = e_{k,\beta_k}(\tilde{\gamma})$ для любого $\tilde{\gamma} \in \delta_j$, если трактовать ФАЛ $g_{p+k,1}$ как функцию множества $P_2(m + l)$ зависящую несущественно от переменных $x_{m+1}, \ldots, x_{m+l}$.

5. Основное разложение ФАЛ. Введём обозначения $\tilde{x}' = (x_1, \ldots, x_q)$, $\tilde{x}'' = (x_{q+1}, \ldots, x_n)$. Опишем разложение ФАЛ f, $f \in P_2(n)$, на базе которого в следующем пункте будет построена схема S_f:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{j=0}^{2^{q-m}-1} \chi_j(\tilde{x}') \cdot \underbrace{\Big[\bigvee_{\tilde{\sigma}'' \in B^{n-q}} K_{\tilde{\sigma}''}(\tilde{x}'') \cdot \overbrace{\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}(\tilde{x}')}^{S_1} \Big]}_{S_2}, \tag{4}$$

в котором χ_j, $\chi_j \in P_2(m + l)$, — это характеристическая ФАЛ компоненты δ_j; $K_{\tilde{\sigma}''}$ — это элементарная конъюнкция переменных $\tilde{x}''$, равная единице тогда и только тогда, когда переменные $\tilde{x}''$ принимают значения $\tilde{\sigma}''$; $\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, $\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j} \in P_2(q)$, может быть любой ФАЛ, которая на множестве δ_j совпадает с остаточной ФАЛ $f_{\tilde{\sigma}''}$, $f_{\tilde{\sigma}''}(\tilde{x}') = f(\tilde{x}', \tilde{\sigma}'')$, разложения Шеннона функции f по переменным $\tilde{x}''$. Выберем в качестве кандидата на ФАЛ $\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$ ту единственную ФАЛ $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, для которой $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j} \overset{\delta_j}{\equiv} f_{\tilde{\sigma}''}$ и которая не зависит существенно от переменных $x_{m+1}, \ldots, x_{m+l}$, то есть фактически принадлежит множеству $P_2(m)$.

Покажем, что такая функция $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$ существует, задав её равенством:

$$\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}(x_1, \ldots, x_m, x_{m+1}, \ldots, x_{m+l}) \overset{\text{df}}{=} f_{\tilde{\sigma}''}\big(x_1, \ldots, x_m, g_{p+1,1}(x_1, \ldots, x_m) \oplus \beta_1, \ldots, g_{p+l,1}(x_1, \ldots, x_m) \oplus \beta_l\big), \tag{5}$$

в котором $\nu(\beta_1, \ldots, \beta_l) = j$ и из которого вытекает, что переменные $x_{m+1}, \ldots, x_{m+l}$ являются фиктивными для $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, так как не встречаются в правой его части. Рассмотрим теперь набор $\tilde{\gamma} \in \delta_j$, $\tilde{\gamma} = (\gamma_1, \ldots, \gamma_{m+l})$, и убедимся в равенстве $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}(\tilde{\gamma}) = f_{\tilde{\sigma}''}(\tilde{\gamma})$. Действительно,

$$\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}(\tilde{\gamma}) = f_{\tilde{\sigma}''}\big(\gamma_1, \ldots, \gamma_m, g_{p+1,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m) \oplus \beta_1, \ldots, g_{p+l,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m) \oplus \beta_l\big) =$$
$$= f_{\tilde{\sigma}''}\big(\gamma_1, \ldots, \gamma_m, \gamma_{m+1}, \ldots, \gamma_{m+l}\big) = f_{\tilde{\sigma}''}(\tilde{\gamma}),$$

где первый переход сделан с использованием определения (5) ФАЛ $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, а второй — посредством определений (2) и (3) множества δ_j, из которых следует, что $\gamma_{m+k} = g_{p+k,1}(\gamma_1, \ldots, \gamma_m) \oplus \beta_k$ для всех $k = 1, \ldots, l$.

Для каждого $j = 0, \ldots, 2^{q-m} - 1$ и каждого $\tilde{\sigma}'' \in B^{n-q}$ представим ФАЛ $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j} \in P_2(m)$, в виде:

$$\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j} = \varphi\big(g_{1,\psi(1,j,\tilde{\sigma}'')}, \ldots, g_{p,\psi(p,j,\tilde{\sigma}'')}, g_{p+1,1}, \ldots, g_{p+l,1}\big) \overset{\delta_j}{=} \varphi\big(g_{1,\psi(1,j,\tilde{\sigma}'')}, \ldots, g_{p,\psi(p,j,\tilde{\sigma}'')}, x_{m+1}^{\overline{\beta}_1}, \ldots, x_{m+l}^{\overline{\beta}_l}\big) =$$
$$= \varphi^{(\overline{\beta}_1, \ldots, \overline{\beta}_l)}\big(g_{1,\psi(1,j,\tilde{\sigma}'')}, \ldots, g_{p,\psi(p,j,\tilde{\sigma}'')}, x_{m+1}, \ldots, x_{m+l}\big) = \check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}. \quad (6)$$

где величина $\psi(i, j, \tilde{\sigma}'')$, $1 \leqslant \psi(i, j, \tilde{\sigma}'') \leqslant k_i$, указывает на номер той функции из множества $G^{(i)}$, $1 \leqslant i \leqslant p$, которая на полосе $\widehat{\pi}_i$ совпадает со значением функции $\hat{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$, а литера[1] $x_{m+k}^{\overline{\beta}_k}$ моделирует функцию $g_{p+k,1}$ в рамках компоненты δ_j. Заданная равенством (6) ФАЛ $\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$ и будет использована в разложении (4).

6. Построение схемы S_f. Построим схему S_1, которая содержит схему $S_{G'}$ в качестве подсхемы и для каждого $j = 0, \ldots, 2^{q-m} - 1$ и каждого $\tilde{\sigma}'' \in B^{n-q}$ на своём выходе $v_{j,\tilde{\sigma}''}$ реализует функцию $\check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}$ в соответствии с равенством (6), в котором для задания ФАЛ $\varphi^{(\overline{\beta}_1, \ldots, \overline{\beta}_l)}$ используется формула $\mathcal{F}_t^{(\overline{\beta}_1, \ldots, \overline{\beta}_l)}$ из сделанного в пункте 1 замечания 2. Сложность схемы S_1 удовлетворяет соотношению:

$$\mathcal{L}\big(S_1\big) \leqslant 2^{q-m} \cdot 2^{n-q} \cdot \mathcal{L}\Big(\mathcal{F}_t^{(\overline{\beta}_1, \ldots, \overline{\beta}_l)}\Big) + \mathcal{L}\big(S_{G'}\big) \leqslant 2^{n-m} \cdot t + p \cdot 2^{s+m}.$$

Часть разложения (4), которая связана с разложением Шеннона по переменным $\tilde{x}''$, реализуется через мультиплексор порядка $(n - q)$:

$$\mu_{n-q}\big(\tilde{x}'', \check{f}_{\nu_{n-q}^{-1}(0),j}(\tilde{x}'), \ldots, \check{f}_{\nu_{n-q}^{-1}(2^{n-q}-1),j}(\tilde{x}')\big) = \bigvee_{\tilde{\sigma}'' \in B^{n-q}} K_{\tilde{\sigma}''}(\tilde{x}'') \cdot \check{f}_{\tilde{\sigma}'',j}(\tilde{x}') = h_j(x_1, \ldots, x_n). \quad (7)$$

где через $\nu_{n-q}^{-1}(k)$ обозначен двоичный набор длины $(n - q)$, который в двоичной системе счисления представляет число k.

Построим схему S_2, которая содержит схему S_1 в качестве подсхемы и для каждого $j = 0, \ldots, 2^{q-m} - 1$ на своём выходе w_j реализует посредством формулы $\mathcal{F}_{2^{n-q}-1}$ заданную равенством (7) ФАЛ, которую будем обозначать через $h_j(x_1, \ldots, x_n)$. Сложность схемы S_2 удовлетворяет соотношению:

$$\mathcal{L}\big(S_2\big) = \mathcal{L}\big(S_1\big) + 2^{q-m} \cdot \mathcal{L}\big(\mathcal{F}_{2^{n-q}-1}\big) = \mathcal{L}\big(S_1\big) + 2^{q-m} \cdot 2^{n-q} \leqslant 2^{n-m} \cdot t + p \cdot 2^{s+m} + 2^{n-m}.$$

Для реализации оставшейся «внешней» части разложения (4) обозначим через $\eta(a)$, $0 \leqslant a \leqslant 2^q - 1$, номер j, $0 \leqslant j \leqslant 2^{q-m} - 1$, компоненты δ_j разбиения Δ, которой принадлежит двоичный набор $\nu_q^{-1}(a)$. В соответствии с разложением (4) ФАЛ f реализуется через мультиплексор порядка q от переменных $\tilde{x}'$:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \mu_q\big(\tilde{x}', h_{\eta(0)}, \ldots, h_{\eta(2^q-1)}\big). \quad (8)$$

Построим схему S_f, которая содержит схему S_2 в качестве своей подсхемы и на своём единственном выходе в соответствии с равенством (8) реализует ФАЛ f посредством формулы $\mathcal{F}_{2^q-1}$. Сложность схемы S_f удовлетворяет соотношению:

$$\mathcal{L}\big(S_f\big) = \mathcal{L}\big(S_2\big) + \mathcal{L}\big(\mathcal{F}_{2^q-1}\big) \leqslant t \cdot 2^{n-m} + p \cdot 2^{s+m} + 2^{n-m} + 2^q,$$

откуда вспоминая, что $p = \lceil 2^m/s \rceil$, $t = p - 1$, $q = m + l$, $l = \lceil \log_2 p \rceil$ при $m = \lceil 2 \log_2 n \rceil$, $s = \lceil n - 5 \log_2 n \rceil$ получим:

$$t \cdot 2^{n-m} \leqslant \frac{2^n}{s} \leqslant \frac{2^n}{n - 5\log_2 n} = \frac{2^n}{n} \cdot \frac{n}{n - 5\log_2 n} = \frac{2^n}{n} \cdot \Big(1 + \frac{5\log_2 n}{n - 5\log_2 n}\Big) = \frac{2^n}{n} \cdot \Big(1 + o(1)\Big),$$
$$p \cdot 2^{s+m} \leqslant \frac{2^{s+2m}}{s} = o\Big(\frac{2^n}{s}\Big), \quad \text{так как} \quad \frac{2^{s+2m}}{2^n} \leqslant \frac{2^{n-\log_2 n+3}}{2^n} = \frac{8}{n} = o(1),$$
$$2^{n-m} = \frac{2^n}{n^2} = o\Big(\frac{2^n}{s}\Big), \qquad 2^q = 2^{m+m-\log_2 s+2} = 4 \cdot \frac{2^{2m}}{s} \leqslant 16 \cdot \frac{n^4}{n - \log_2 n} = o\Big(\frac{2^n}{s}\Big).$$

[1]Не путать переменные k_i и k, которые обозначают разные величины.

Сложность построенной таким образом СФЭ S_f удовлетворяет неравенству $L(S_f) \lesssim \frac{2^n}{n}$, а значит такому же неравенству удовлетворяет сложность соответствующей схеме S_f BDD Σ_f.

Замечание №1

Совмещая полученную в задаче №1 верхнюю асимптотическую оценку для $L^{\text{BDD}}(n)$ с нижней оценкой вида $L^{\text{BDD}}(n) \gtrsim \frac{2^n}{n}$, полученной в задаче №1 семинарского занятия 1, заключаем, что $L^{\text{BDD}}(n) \sim \frac{2^n}{n}$.

Задача №2

Доказать, что $\widetilde{L}^{\Phi}_{\text{Б}_0'}(n) \lesssim \frac{2^{n-1}}{\log_2 n}$ (см. задачу 3 семинара 1).

Решение. Будем опираться на конструкцию, использованную для синтеза формул в произвольном базисе (утв. 6.2 — теорема 5.2), и возьмём в качестве основного блока формулу вида $y_1 \cdot y_{t+1} \vee \ldots \vee y_t \cdot y_{2t} = \psi(y_1, \ldots, y_{2t})$, построив соответствующее ψ-УМ G порядка m.

При этом, как обычно, положим: а) $q = m + a\lambda$, $x' = (x_1, \ldots, x_q)$, $x'' = (x_{q+1}, \ldots, x_n)$; б) $\Delta = (\delta_1, \ldots, \delta_{2^{q-m}})$ — разбиение куба B^q, построенное для $\overrightarrow{G}$ по утв. 6.2 (лемма 5.2).

Остальные построения соответствуют утв. 6.3 (теорема 5.1) с той лишь разницей, что для «хорошей» компоненты разбиения Δ сложность основного блока равна $(t-1)$. Следовательно, $\widetilde{L}^{\Phi}_{\text{Б}_0'}(n) \lesssim \frac{2^{n-1}}{\log_2 n}$, откуда $\widetilde{L}^{\Phi}_{\text{Б}_0'}(n) \sim \frac{2^{n-1}}{\log_2 n}$.

Задача для самостоятельного решения №1

Установить асимптотику функции Шеннона для задачи №2 для самостоятельного решения из семинара 1.