

# Математическая логика

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Математическая логика (318, 319/2, 241, 242)

## Блок 14

Общая схема метода резолюций

Лектор:

**Подымов Владислав Васильевич**

E-mail:

**valdus@yandex.ru**

ВМК МГУ, 2025, февраль–май

# Вступление

Проблему общезначимости формул логики предикатов

$$\models \varphi?$$

можно *до некоторой степени* решить с помощью  
метода семантических таблиц

Но этот метод оказался **неэффективным**:  
в «плохих» случаях может потребоваться

- ▶ перебирать много формул и
- ▶ подставлять много термов

На ближайших лекциях будет обсуждаться более эффективный метод проверки общезначимости формул логики предикатов:

## метод резолюций

Без ограничения общности далее полагаем, что формула  $\varphi$ , общезначимость которой проверяется методом резолюций, замкнута

# Общая схема метода резолюций

**Сквозной пример:** обоснование общезначимости формулы  
 $\models \exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))) \rightarrow \exists y R(x, y)$

**Этап 1:** перейти к проверке невыполнимости **отрицания** формулы  
 $\dots \rightsquigarrow \neg \exists x (P(x) \& (\forall x P(x) \rightarrow \exists y R(x, y))) \rightarrow \exists y R(x, y)$

**Этап 2:** упростить формулу, сохранив её смысл (привести к **ПНФ**)  
 $\dots \rightsquigarrow \forall x \exists z \exists y \forall u (P(x) \& (\neg P(z) \vee R(x, y)) \& \neg R(x, u))$

**Этап 3:** сделать формулу ещё проще с **изменением смысла**, сохранив её выполнимость/невыполнимость (привести к **ССФ**)  
 $\dots \rightsquigarrow \forall x \forall u (P(x) \& (\neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x, \mathbf{g}(x))) \& \neg R(x, u))$

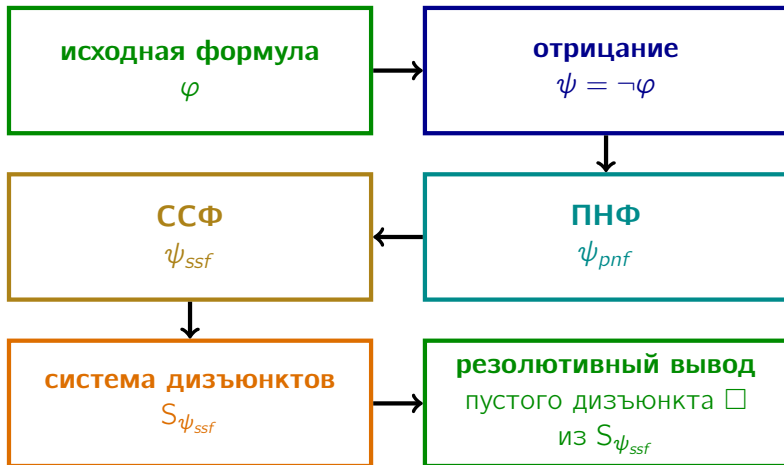
**Этап 4:** перейти к проверке невыполнимости **системы** очень простых формул — **дизъюнктов**

$$\dots \rightsquigarrow \{P(x), \neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x, \mathbf{g}(x)), \neg R(x, u)\}$$

**Этап 5:** построить логический **вывод** особого дизъюнкта ( $\square$ ), обозначающего невыполнимость системы

$$\neg P(\mathbf{f}(x)) \vee R(x, \mathbf{g}(x)) \quad \underbrace{P(x') \rightarrow R(x, \mathbf{g}(x))}_{\{x'/\mathbf{f}(x)\}} \quad \underbrace{\neg R(x', u') \rightarrow \square}_{\{x'/x, u'/\mathbf{f}(x)\}}$$

# Общая схема метода резолюций



Отдельно будет показана справедливость цепочки равносильностей:

$$\begin{aligned} \models \varphi &\Leftrightarrow \not\models \psi &\Leftrightarrow \not\models \psi_{pnf} &\Leftrightarrow \not\models \psi_{ssf} &\Leftrightarrow \not\models S_{\psi_{ssf}} \\ &&&&&\Leftrightarrow \text{существует вывод } \square \text{ из } S_{\psi_{ssf}} \end{aligned}$$