Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

Блок 39

Алгоритм Чанди — Лэмпорта

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

ВМК МГУ, 2023/2024, весенний семестр

Алгоритм Чанди-Лэмпорта — это алгоритм сохранения снимка сети, предназначенный для произвольной ориентированной сильно связной топологии с допущением о сохранении очерёдности доставки сообщений в каналах, устроенный так:

- В сети выделено произвольное непустое множество инициаторов (остальные узлы — последователи)
- Для согласованного сохранения состояний узлы обмениваются контрольными фишками
- Инициаторы сохраняют свои состояния сразу, последователи — после приёма фишек
- После сохранения своего состояния узел рассылает контрольные фишки всем доступным соседям

$\mathfrak{in}_p$ и $\mathfrak{out}_p$ — так будем обозначать множества всех соседей, из которых каналы входят в p и в которых каналы исходят из p соответственно

Эти два множества входят в начальные знания узла

Контрольная переменная узла p: $snapped_p : bool = \mathbb{f}$

Контрольная процедура $Snap_p$ сохранения состояния с рассылкой фишек узлом p:

1. snap
2. $snapped_p := \mathbb{t}$;
3. Для всех $q \in \mathfrak{out}_p$: $\mathrm{send}_q(\mathbf{tok})$

Контрольная процедура $Recv_p$ приёма фишки узлом p:

1. $\mathrm{receive}_q(\mathbf{tok})$ для произвольного $q \in \mathfrak{in}_p$
2. Если не $snapped_p$: $Snap_p$

Устройство контрольной части последователя p:

1. При каждом появлении контрольной фишки для приёма: $Recv_p$

Контрольный код инициатора p:

1. $Snap_p$
2. При каждом появлении контрольной фишки для приёма: $Recv_p$

Лемма (Д.з. 1). **Для любого базового алгоритма с контрольным алгоритмом Чанди-Лэмпорта в любом вычислении каждый узел рано или поздно выполнит** snap**, причём ровно один раз**

Теорема (о корректности алгоритма Чанди-Лэмпорта). **Алгоритм Чанди-Лэмпорта — это алгоритм сохранения снимка**

Доказательство.

По последней лемме, алгоритмом вычисляется некоторый снимок γ

По теореме о снимках и сечениях, достаточно показать, что этот снимок коммуникационно осуществим

По определению осуществимости, достаточно показать, что если отправка m в некоторый канал $p \to q$ следует за γ (то есть $m \notin sent^{\gamma}_{p \to q}$), то и приём m следует за γ (то есть $m \notin recv^{\gamma}_{p \to q}$)

Раз отправка m следует за γ, то перед отправкой m узел p выполнил snap, и после выполнения snap (до отправки m) отправил контрольные фишки всем выходным соседям

Согласно очерёдности доставки сообщений в каналах, q принял контрольную фишку раньше приёма m

Значит, q выполнил snap раньше приёма m — то есть приём m действительно следует за γ ▼

Д.з. 2. Каковы коммуникационная сложность и сложность по времени алгоритма Чанди-Лэмпорта (без учёта сложности базового алгоритма) относительно числа узлов n и числа каналов m?

Д.з. 3. Останется ли алгоритм Чанди-Лэмпорта корректным, если разрешить ...

а) ... потерю сообщений (контрольных и базовых)?

б) ... дублирование сообщений?

в) ... произвольное изменение порядка сообщений в канале?