

Распределённые алгоритмы

mk.cs.msu.ru → Лекционные курсы → Распределённые алгоритмы

Блок 46

Выявление конца вычислений:
алгоритм Шави — Франчеза

Лектор:
Подымов Владислав Васильевич
E-mail:
valdus@yandex.ru

Общее описание

Алгоритм Шави-Франчеза — это обсуждающийся далее алгоритм ВКВ,

- ▶ являющийся обобщением алгоритма Дейкстры-Шолтена ([ДШ](#)) на случай децентрализованных вычислений и
- ▶ предназначенный для произвольного связного неориентированного графа топологии $G = (V, E)$ и произвольного базового алгоритма

Граф вычисления $F = (V_F, E_F)$ в алгоритме Шави-Франчеза отличается от дерева в [ДШ](#) только тем, что если $V_F \neq \emptyset$, то F — это лес с корнями — инициаторами, но не обязательно дерево

Деревья этого леса устроены в целом так же, как и в [ДШ](#)

Каждое дерево строится так, чтобы, исчезнув, более не появлялось:

- ▶ Исчезновение дерева с корнем в p обозначается значением \dagger переменной empty_p
- ▶ После исчезновения своего дерева инициатор может быть только «рядовой» вершиной в дереве другого инициатора

Общее описание

Команда `announce` выполняется инициатором, когда лес становится пустым

Но каждый инициатор может «непосредственно» убедиться только в исчезновении своего дерева

Для проверки исчезновения других деревьев инициатор, потерявший своё дерево, инициирует децентрализованную **волну** совместно с другими инициаторами

Волна задерживается в корнях деревьев и оканчивается только после исчезновения всех корней

Команда `announce` представляет собой принятие решения относительно запущенной волны

Код

Отличия от кода ДШ:

- ▶ Добавляется переменная $empty_p : \text{bool}$
Начальное значение — f , если это инициатор, и t иначе
- ▶ В процедуре $Leave_p$ удаления узла из дерева вместо $announce$ выполняется $empty_p := \text{t};$
- ▶ Добавляется процедура $Wave_p$: это процедура (любого заранее выбранного) децентрализованного волнового алгоритма для произвольной связной неориентированной топологии,
 - ▶ ко всем действиям которой добавлено предусловие $empty_p$ и
 - ▶ в которой принятие решения — это $announce$

Корректность

Безопасность алгоритма Шави-Франчеза обеспечивается инвариантом

$$P_{sh-f}(\gamma) = p_1 \& p_2 \& p_3 \& p_4 \& p_5 \& p_6,$$

где:

$$p_1: \forall p \in V, active_p : p \in V_\gamma$$

- ▶ То есть все активные узлы входят в T_γ

$$p_2: \forall \text{узлов и сообщений } u, v : (u, v) \in E_\gamma \Rightarrow u \in V_\gamma \& v \in V_\gamma \cap V$$

- ▶ То есть T_γ — корректный граф, все дуги которого ведут в узлы

$$p_3: \forall p \in V : cou_p = |\{v | \exists p : (v, p) \in E_\gamma\}|$$

- ▶ То есть cou_p — это количество детей узла p в T_γ

$$p_4: V_\gamma \neq \emptyset \Rightarrow T_\gamma — \text{лес}$$

$$p_5: \forall p \in V : active_p = \text{f} \& cou_p = 0 \Rightarrow p \notin V_\gamma$$

- ▶ То есть пассивный узел не может быть листом дерева

$$p_6: \neg empty_p \Leftrightarrow p \text{ является корнем дерева в лесу } T$$

Корректность

Лемма (Д.з. 1). P_{sh-f} — инвариант алгоритма Шави-Франчеза

Теорема. Алгоритм Шави-Франчеза — это алгоритм ВКВ, в котором отправляется $M + W$ контрольных сообщений, где M — количество отправляемых базовых сообщений и W — коммуникационная сложность используемого волнового алгоритма